

## **PANORAMA Y ACTUALIDAD DE LA ENSEÑANZA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS.**

Manuel Moreno M., Gloria Rubí V., Sergio Pou A.

Cuerpo académico de matemáticas, Unidad de Ciencias e Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California. Ensenada, B. C. México.

### **Resumen**

Se revisan los antecedentes del empleo de problemas en la enseñanza de las matemáticas, las principales corrientes actuales que lo promueven, así como la forma en que se definen y se diferencian. Se justifica el estudio de estas propuestas didácticas dadas las exigencias impuestas a los profesores por las reformas educativas recientes, desde los niveles básicos. Se analiza la postura del profesor individual frente a la demanda del empleo de problemas en sus cursos, la necesidad de capacitación docente y de su participación independiente.

Palabras clave: Problema, problema docente, aprendizaje con base en problemas.

Reparte 100 hogazas de pan entre cinco hombres de tal manera que las partes correspondientes estén en progresión aritmética y que además un séptimo de la suma de las tres partes más grandes sea igual a la suma de las dos más pequeñas. Problema 40 del Papiro de Ahmes. (Boyer, 1986, p. 45)

### **Introducción**

La enseñanza de las matemáticas se ha valido de problemas para desarrollar las capacidades de los estudiantes desde hace miles de años. "Muchos de los cálculos en el papiro Rhind eran evidentemente ejercicios para que practicasen los jóvenes estudiantes, y así, aunque una gran parte de ellos son de tipo práctico, en algunos casos parece claro que el escriba tenía en la mente rompecabezas o pasatiempos matemáticos al escribirlos". (Boyer, 1986, p. 37).

La búsqueda de métodos para resolver los problemas, desde luego que es mucho más reciente; D'Ambrosio (2007) afirma que se inicia con René Descartes en su "Discurso del método" publicado en 1637 y que los cuatro pasos de Descartes establecen la base de la actual Resolución de Problemas (*Problem Solving*). En forma abreviada estos cuatro pasos son:

1. No aceptar nada como cierto hasta no haber reconocido claramente que lo es.
2. Dividir cada dificultad por examinar en tantas partes como sea posible.
3. Llevar a cabo mis reflexiones en el orden debido, comenzando con los objetos más simples y fáciles de entender.
4. Hacer las enumeraciones tan completas y las revisiones tan generales que pueda tener la seguridad de no haber omitido nada.

Es evidente que Descartes se plantea esto como parte esencial de su aproximación a la investigación.

Otro personaje central en la historia del interés en los métodos de resolución de problemas, pero específicamente enfocado al aprendizaje de las matemáticas en un contexto escolarizado, es George Polya con la publicación en 1945 de su libro "How to solve it"; publicado en castellano con el título de "Cómo plantear y resolver problemas" en 1956. Quien lee este texto de Polya se da cuenta que es realmente muy sencillo; que su parte central es un par de cuartillas en las que plantea un plan de acción frente a los problemas y que se condensa en los siguientes puntos (Polya, 1976, p-18):

1. Comprender el problema
2. Concebir un plan
  - 2.1. Determinar la relación entre los datos y la incógnita.
  - 2.2. De no encontrarse una relación inmediata, puede considerar problemas auxiliares.
  - 2.3. Obtener finalmente un plan de solución.
3. Ejecución del plan
4. Examinar la solución obtenida.

El trabajo de Polya es seminal, es una invitación, y esta naturaleza de invitación sin pretensiones pero con gran visión se trasluce en el primer párrafo del prefacio a la primera edición de su libro:

"Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por medios propios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter". (Polya, 1976, p-7)

La semilla sembrada produjo pronto una gran cosecha; Schoenfeld (1992) le atribuye el "movimiento" de resolución de problemas que floreció en la década de los ochentas. Tampoco se puede ignorar el importante efecto

que produjo la recomendación del "National Council of Teachers of Mathematics" (NCTM), en el sentido de que la resolución de problemas debía ser el foco de la matemática escolar. (NCTM, 1980).

Por otra parte, de manera muy independiente en la entonces Unión Soviética, se desarrolló una escuela didáctica muy rica en contribuciones desde la pedagogía, la psicología, desde la metodología y en general desde la ciencia. En ella hubo aportaciones tan reconocidas como las de Lev Vigotsky o las de S. L. Rubinstein, entre otros. Uno de los productos de esa escuela de didáctica es lo que se conoce como *Enseñanza Problémica*.

La *Enseñanza Problémica* es un sistema didáctico basado en las similitudes entre investigación científica y aprendizaje problémico; la teoría que estructura el proceso de aprendizaje problémico se basa en las regularidades del proceso de investigación científica. (Majmutov, 1983). El objetivo de la *Enseñanza Problémica* es elevar el nivel de la actividad mental de los alumnos y enseñarles, no operaciones aisladas en un orden casual y espontáneo, sino un sistema de acciones mentales que sea característico de la solución de tareas no estereotipadas, que exijan la aplicación de una actividad mental creativa. (Majmutov, 1983). Se contempla la alternancia de momentos productivos y momentos reproductivos en el proceso.

Es necesario apuntar que la *Enseñanza Problémica* está fundamentada desde el punto de vista filosófico, metodológico, psicológico y didáctico, además su teoría ha sido cuidadosamente elaborada.

Howard Barrows, que había trabajado sobre el aprendizaje en adultos, desarrolló un método que esperaba sirviera para que los alumnos establecieran las conexiones rompiendo la frontera entre materias y desarrollaran capacidades para resolver problemas. En 1965 aplicó este método tutorial en la escuela de medicina de la Universidad McMaster en Canadá. Desde entonces el método es conocido como *Problem Based Learning* (PBL) o *Aprendizaje Basado en Problemas* (ABP). (Morales, 2004).

Los métodos del ABP se han aplicado desde entonces en gran número de instituciones alrededor del mundo y en toda clase de contenidos, al grado de que la UNESCO avala la implementación de esta metodología, (consultar <http://www.ucpbl.net/> ).

Las tres corrientes didácticas, *Problem Solving*, *Enseñanza Problémica* y *Aprendizaje Basado en Problemas* tienen en común la resolución de problemas. Aunque no son las únicas, son las que se consideran en este trabajo por la relevancia que han cobrado.

A continuación se consignan algunas precisiones emanadas del seno de cada corriente.

### **Problem Solving**

Es un hecho que en la enseñanza de las matemáticas, hay una corriente que se caracteriza por la intención de desarrollar en los estudiantes la

capacidad de resolver problemas y posteriormente se ha clarificado más redirigiendo su intención de utilizar los problemas como medio para enseñar conceptos y procesos.

Un texto que ha definido tal iniciativa es:

“La resolución de problemas es una parte integral del aprendizaje de las matemáticas. En la vida diaria y en el trabajo, ser capaz de resolver problemas puede traer grandes ventajas. Sin embargo, resolver problemas es no sólo una meta del aprendizaje de las matemáticas, sino uno de los medios más importantes para lograrlo.” (NCTM)

El *Problem solving* se puede identificar como una aproximación específica hacia la enseñanza de la matemática,

...“a través del contexto de la solución de problemas y ambientes orientados a la búsqueda caracterizados porque el profesor ayuda a los estudiantes a construir una comprensión profunda de las ideas matemáticas y los procesos involucrándolos a hacer matemáticas: explorando, conjeturando, creando, probando y verificando”.

(Lester et al., 1994, p.154)

### **Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)**

El modelo clásico de ABP tiene las siguientes características (Barrows y Tamblyn, 1980): El foco que organiza el aprendizaje son situaciones complejas del mundo real que no tienen una respuesta “correcta”. Los estudiantes trabajan en equipos para enfrentar el problema, identificar necesidades de aprendizaje y desarrollar soluciones viables. Los estudiantes ganan nueva información por aprendizaje auto dirigido. El personal actúa como facilitador. Los problemas conducen al desarrollo de capacidades de solución de problemas clínicos.

El *aprendizaje basado en problemas* es un método de enseñanza caracterizado por el uso de problemas del “mundo real” establecidos como contextos en los que los estudiantes desarrollan su capacidad crítica y de solución de problemas, al tiempo que adquieren los conceptos esenciales de un determinado ámbito de conocimiento. Al aplicar el ABP, los estudiantes adquieren aptitudes que perdurarán todas sus vidas, como la capacidad de encontrar y usar recursos apropiados de aprendizaje. (Iglesias, 2002, p. 8)

### **Enseñanza Problémica.**

Por su parte, la *enseñanza problémica* es un sistema didáctico basado en las regularidades de la asimilación creadora de los conocimientos y una forma de actividad que integra métodos de enseñanza y de aprendizaje, los cuales, se caracterizan por tener los rasgos básicos de la búsqueda científica. (Majmutov, 1983)

Y según Danilov y Skatkin (1985, p-211) la *enseñanza problémica* consiste en que:

los alumnos guiados por el profesor se introducen en el proceso de búsqueda de la solución de problemas nuevos para ellos, gracias a lo cual, aprenden a adquirir independientemente los conocimientos, a emplear los antes asimilados y a dominar la experiencia de la actividad creadora.

Torres (1996, p-5), plantea que:

La *Enseñanza Problémica* es aquella donde los alumnos son situados sistemáticamente ante problemas cuya solución debe realizarse con su activa participación y en la que el objetivo no es sólo la obtención del resultado, sino además, su capacitación independiente para la resolución de problemas en general.

Con base en tan pocos rasgos, no es posible caracterizar completamente estas tres corrientes, pero de manera simple y concientes de las limitaciones de este trabajo, abordaremos algunas de sus diferencias. El *Problem solving* surge en el seno de la enseñanza de las matemáticas, propone la resolución de problemas como objeto de estudio con el propósito de enseñar a resolver problemas, desarrollar estrategias para resolver problemas, así como valerse de los problemas para enseñar matemáticas. Sus principales promotores, desde los Estados Unidos han sido Polya y Schoenfeld. "Este tipo de enseñanza no está didácticamente estructurado, no se dispone de categorías y queda mucho a la creatividad del docente y a la independencia y capacidad de los alumnos" (Rizo y Campistrous, 1999).

Savin-Baden (2004) afirma que la aproximación adoptada en McMaster (ABP) marcó un alejamiento claro del aprendizaje de resolución de problemas (*problem solving*) en el que los estudiantes en forma individual responden una serie de preguntas a partir de información provista por el profesor. En cambio, el método que ellos propusieron involucró el aprendizaje en modos que usaban problemas clínicos para animar a los estudiantes a involucrarse ellos mismos en el proceso de aprendizaje.

La *Enseñanza problémica* surge del trabajo colectivo de los investigadores de la didáctica en la antigua Unión Soviética. Tiene el propósito de desarrollar en el alumno la habilidad de resolver problemas, de pensar críticamente de manera independiente, de argumentar y defender sus puntos de vista, de aprender continuamente y transformar creativamente la realidad; se ha constituido explícitamente en un sistema didáctico estructurado formalmente, en cuya esencia se encuentra la necesidad de resolver problemas para adquirir conocimientos nuevos. Por su origen, los textos fundamentales de *enseñanza problémica* son de didactas de la escuela soviética como Skatkin, Majmutov, Danilov entre otros.

Según Barrows (1998) el origen y los objetivos del ABP pueden ser:

La adquisición de una amplia estructura de conocimientos integrados por una gran variedad de disciplinas que son comprendidos por los alumnos y que están estructurados de forma tal que facilitan su recuperación y aplicación en muchas otras situaciones. Requiere del análisis y resolución de problemas.

El desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, el auto-aprendizaje, las relaciones interpersonales y el trabajo en grupo.

El desarrollo de la curiosidad científica y el deseo de la formación continua.

Por su parte el ABP se ha constituido también en algo similar a un sistema didáctico que se está implementando en instituciones completas involucrando diversas disciplinas. En este punto se remite al lector una

vez más a la página <http://www.ucpbl.net/> de la Cátedra UNESCO para Aprendizaje Basado en Problemas con sede en la Universidad de Aalborg en Dinamarca.

La cátedra UNESCO propone crear una sociedad global para profesores e investigadores involucrados en ABP para promover programas educativos, actividades de investigación y establecer una red de cooperación internacional. "El establecimiento de la Cátedra UNESCO es entonces una oportunidad para conjuntar esfuerzos en una estructura organizacional con la meta de promover y apoyar los intereses del ABP en todo el mundo" (Cátedra UNESCO).

En cuanto a la aplicación, el *Problem Solving* lo puede implementar cualquier profesor en su clase, como una estrategia propia. Para aplicar la *Enseñanza Problémica*, primero se tiene que diseñar, en función de los conocimientos que se quiere que asimilen sus alumnos, las situaciones problemáticas apropiadas; esto implica cierta capacitación y desde luego, trabajo previo, pero es posible hacerlo sin alterar mayormente el programa del curso. No sucede así en el caso de ABP, que requiere de una estructura más amplia, con diferencias más radicales con respecto a los ambientes educacionales tradicionales, organización de la curricula alrededor de problemas mas que de disciplinas, un curriculum integrado y énfasis en habilidades cognoscitivas; condiciones tales como grupos pequeños, instrucción tutorial y aprendizaje activo (Savin-Baden, 2004).

El propósito de señalar estas diferencias es orientar al profesor que se interesa en utilizar de alguna manera los problemas para lograr metas de enseñanza en su clase, y hacerle notar la amplitud del panorama, que en ocasiones parece mucho mas restringido por el hecho de que los autores que pertenecen a una corriente, desconocen o al menos parecen desconocer los trabajos de las otras.

### **Situación actual**

¿Por qué es oportuno hablar de la enseñanza basada en la resolución de problemas? Porque, por ejemplo en México, según los planes de estudio oficiales para el nivel medio, ya "No se trata de que el maestro busque las explicaciones más sencillas y amenas, sino de que analice y proponga problemas interesantes, debidamente articulados, para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces", (consultar <http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matemáticas/introduccion.html> ).

Tal parece que el empleo de problemas para la enseñanza de las matemáticas es una elección generalizada de las reformas curriculares recientes desde los niveles básicos hasta el nivel universitario, por tanto es necesario que cada profesor aborde con seriedad la enseñanza basada en la resolución de problemas.

La enseñanza basada en la resolución de problemas es por su naturaleza, un medio para garantizar constructivismo y significatividad en el aprendizaje. Es por esto que esta didáctica ha sido adoptada para la enseñanza de muchas asignaturas en todos los niveles. Sin embargo,

adoptar la enseñanza basada en la resolución de problemas, no es algo que se pueda hacer sin una preparación específica, y no se puede establecer sin el apoyo de las autoridades escolares.

### **Perfiles de creencias de los profesores**

Dado que las reformas recientes exigen a los profesores aplicar nuevos métodos en el salón de clases como las metodologías que se apoyan en la resolución de problemas, es lícito preguntarse ¿Qué piensan los profesores al respecto? ¿Cuáles son sus creencias acerca del uso de estos nuevos conceptos en la clase?

Con el propósito de estudiar tales creencias se han desarrollado instrumentos (Carrillo y Contreras 1994) como los perfiles de creencias en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, designados MTLB por sus siglas en inglés. La siguiente es una breve descripción de estos perfiles:

Tendencia tradicional (TR) caracterizada por el uso continuo de la exposición frontal y un solo libro de texto. El propósito del curso es netamente informativo y el aprendizaje memorístico.

Tendencia tecnológica (TE): El profesor simula el proceso de construcción del conocimiento. Le da a su materia un aspecto práctico y muestra su aplicación. Tendencia espontánea (ES): El profesor propone actividades que espera que produzcan los aprendizajes establecidos. El objetivo de la materia producir un cambio de actitud en el alumno.

Tendencia investigativa (IN): El profesor organiza el proceso en que los alumnos, a través de sus propias investigaciones, adquieren conocimientos específicos. El propósito es lograr el aprendizaje autónomo.

En la experiencia de los autores en contacto con profesores del nivel medio y del nivel medio superior, casi la totalidad de ellos caen naturalmente en el perfil de la tendencia tradicional; en su discurso no se encuentra ni la problematización ni la investigación (Moreno, 2007).

Queda claro que mientras los profesores no tengan la conciencia y la voluntad de trabajar en una didáctica basada en la resolución de problemas, los objetivos de ninguna reforma curricular van a ser alcanzados, porque el trabajo que se está realizando va en otra dirección.

Majmutov (1983) señala "la correcta estructuración del contenido y los métodos de enseñanza, dependen de la correcta solución de uno de los problemas más complejos de la didáctica, la correlación entre los conocimientos y la actividad".

De aquí la importancia de que el profesor, personalmente, trabaje en la elaboración del plan de actividades de sus alumnos. El proceso de asimilación depende de las acciones realizadas por el alumno; el profesor debe organizar y estructurar este sistema de acciones para lograr el aprendizaje.

También queda claro que el tratamiento que se da a los profesores tiene que cambiar, haciéndolos participes de la solución de sus propios problemas y no proveyéndolos de soluciones externas.

Para reforzar esta última afirmación, se cita a Contreras, Climent y Carrillo (1999, p-58):

Los profesores en este estudio indicaron su insatisfacción con algunos aspectos que reconocieron en ellos mismos y pidieron ayuda. Esto pone a los investigadores en una situación privilegiada: los profesores quieren cambiar aspectos concretos que ellos no aceptan en su práctica. El punto es "no proveerlos" con una alternativa – como se haría en la formación típica de maestros – sino estimularlos para diseñar, construir, poner en práctica y reflexionar sobre ello.

#### Bibliografía

Barrows, H. Los principios del aprendizaje basado en problemas. Journal of Dental Education. Vol 62. Nº 9. 1998. Citado en: <http://www.geocapacitacion.com.ar/biblio/ppios.doc> consultado el 13 de enero de 2009.

Barrows H., Tamblyn R. (1980) Problem-based Learning: An approach to Medical Education. New York. Springer Verlag.

Boyer, Carl. (1986). Historia de la matemática. Madrid. Alianza editorial.

Contreras L., Climent N., Carrillo J. (1999). Teacher's beliefs on problem solving and mathematics education. En Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Vol.3. (51-62). Osnabruck. Forschungsinstitut fur Mathematikdidaktik.

D'Ambrosio, B. Problem solving: a personal perspective from Brazil. ZDM Mathematics Education (2007) 39: 515-521.

Lester, F.K.Jr., Masingila, J.O., Mau, S.T., Lambdin, D.V., dos Santos, V.M. y Raymond, A.M. (1994). Learning how to teach via problem solving. En Aichele, D. y Coxford, A. (Eds.) *Professional Development for Teachers of Mathematics*, pp. 152-166. Reston, Virginia: NCTM

Majmutov, I. (1983). Enseñanza problémica. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Morales, P., Landa V. (2004) Aprendizaje basado en problemas. Theoria año/vol. 13. pp.145-157.

Moreno, M., Rubí, G., Pou, S. (2007) Modelos didácticos en la enseñanza de las matemáticas en la educación media superior. Memoria académica ISBN970-735-071-7. Primer congreso internacional y segundo simposium de orientación educativa y vocacional. Universidad Autónoma de Baja California. México.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). An agenda for action. Reston, VA. NCTM.



NCTM. Standards for School Mathematics. Consultado el 16 de enero de 2009 en <http://standards.nctm.org/document/chapter3/prob.htm>

Torres, Paúl. (1996). Didácticas cubanas en la enseñanza de la Matemática. La Habana. Editorial Academia.

Polya, G. (1976). Cómo plantear y resolver problemas. México. Editorial Trillas.

Rizo, C., Campistrous, L. (1999), Didáctica y resolución de problemas. Editorial Academia. La Habana.

Savin-Baden, M. (2004). Foundations of Problem Based Learning. Berkshire. McGrawHill Education.

Skatkin M. N., Danilov M.A. (1985), Didáctica de la escuela media. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 334-370). New York. MacMillan.