

# ¿DISCIPLINA O ACTIVIDAD EDUCATIVA?

## LA SITUACION DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

Moisés Coriat\*

**El autor propone una reflexión sobre el carácter disciplinar de las matemáticas partiendo de que en el momento presente, aún estamos lejos de un currículum integrado. En su reflexión propone dos líneas de actuación que los educadores matemáticos pueden desarrollar (estén o no interesados en un currículum integrado), si se quiere mejorar el estado de apatía al que ha conducido el enfoque disciplinar estricto. La primera, preconiza el reencuentro del trabajo matemático y la lengua vernácula, a través de la cual se realiza la interacción educativa. La segunda, profundiza la búsqueda de conexiones para dar sentido externo (no matemático) a los conceptos y procedimientos que se enseñan y aprenden.**

### Introducción

El currículum integrado, la interdisciplinariedad, la multidisciplinariedad, los centros de interés o el trabajo por proyectos llegaron a las escuelas y se marcharon como breves rachas de viento (1). En ocasiones, se hicieron experiencias que no fueron concluyentes, por la falta de preparación, de medios o de infraestructuras. Aunque haya muchas experiencias de innovación en matemáticas escolares, éstas se siguen considerando como una disciplina.

Este trabajo propone una reflexión sobre el carácter disciplinar de las matemáticas. En el momento presente, aún estamos lejos de un currículum integrado; propongo dos líneas de actuación que los educadores matemáticos necesitamos desarrollar (estemos o no interesados en un currículum integrado), si queremos mejorar el estado de apatía a que nos ha conducido el enfoque disciplinar estricto. La primera, preconiza el reencuentro del trabajo matemático y la lengua vernácula, a través de la cual se realiza la interacción educativa. La segunda, profundiza la búsqueda de conexiones para dar sentido externo (no matemático) a los conceptos y procedimientos que se enseñan y aprenden.

No cabe ninguna duda de que estas dos líneas de actuación pueden desembocar en implementaciones del currículum no segmentadas por áreas; sin embargo, en el trabajo se dan algunas pistas para ilustrar la idea de que, incluso desde una perspectiva estrictamente disciplinar, la educación matemática podría ganar en eficacia y pertinencia.

\* [Dpto. de Didáctica de la Matemática, Universidad de granada. mcoriat@agr.es](mailto:mcoriat@agr.es)

### Cuestiones

En los últimos años la objeción de conciencia empieza a extenderse a las clases de matemáticas de la educación obligatoria. Sean o no "capaces", muchos alumnos no quieren estudiar matemáticas (posiblemente, no quieran estudiar ningún área), sólo esperan a que el tiempo pase, a cumplir los dieciséis y a ingresar en el mundo del trabajo. A la conocida dicotomía de los que "quieren" (puedan o no), debemos añadir la de los que "no quieren" (puedan o no) (2).

A lo largo de las Etapas obligatorias, el legislador espera que los alumnos resulten educados con versatilidad. Un mismo título (el de Educación Secundaria), habilita para el mundo laboral y para proseguir los estudios de Formación Profesional o de Bachillerato. En muchos Institutos de Educación Secundaria se considera que la meta no es alcanzable, que es necesario tomar partido (especialmente en matemáticas) desde mucho antes; se debería educar o para lo laboral o para lo académico.

A lo largo de las Etapas obligatorias, el legislador espera que los alumnos aprendan significativamente y que la enseñanza tenga en cuenta su diversidad. En muchos Institutos de Educación Secundaria se considera que la meta no es alcanzable, que es necesario tomar partido (especialmente en matemáticas): o se educa de manera homogénea en una disciplina (como las matemáticas) o los alumnos estarán condenados a fracasar en el Bachillerato.

## **El carácter instrumental de las matemáticas escolares**

En la vida cotidiana, se necesitan algunas herramientas matemáticas (conceptuales y procedimentales). Reproduzco una lista de esas herramientas (Coriat, en prensa), por considerar que permite fijar ideas: *"números con hasta cinco decimales, fracciones y porcentajes, gráficas bidimensionales, listas o tablas de doble entrada y otros cuadros de números o clases, objetos geométricos planos o tridimensionales simples, esquemas"*.

*Ejemplo 1. Si llenamos un carrito en el supermercado, tendremos un verdadero problema si nuestro dinero disponible (papel moneda o tarjeta de débito) es inferior al coste total de los artículos elegidos, pero no plantearemos una inecuación académica para resolverlo; la persona que atienda la caja irá descontando lo que le digamos hasta ajustar el total de la compra a nuestra capacidad de paga.*

*Ejemplo 2. En la vida cotidiana, llamamos "redondo" a cualquier objeto que podemos hacer rodar; no nos preocupa que alguien añada un calificativo más preciso: esférica, ovoide, cilíndrico o cónico.*

La mayoría piensa que todas estas herramientas se pueden adquirir a los 10-12 años y que, por tanto, los objetores y esos Institutos de Educación Secundaria que esperan preparar a sus alumnos para el Bachillerato tienen razón. Si la premisa fuera cierta, no habría más que hablar. Pero no lo es.

*Ejemplo 3. En las elecciones ganan todos las partidas. Esta paradoja tiene una explicación: cada partido político interpreta los resultados del moda más favorable a sus intereses. Si un ciudadano no está preparado para filtrar tal cantidad de triunfos, se sentirá bastante perplejo.*

*Ejemplo 4. Las calculadoras más sencillas trabajan con 7 u 8 cifras decimales. Sería admisible, par tanto, llevar una en el bolsillo para atender cualquier necesidad numérica. El problema surge cuando se quiere obtener un resultado: ¿cómo sé que la secuencia de teclas es la correcto?*

Como los dos ejemplos anteriores pretenden ilustrar, la premisa no es cierta: el aspecto instrumental de las matemáticas no puede adquirirse completamente a los 10-12 años. En contra de lo que se piensa, el carácter instrumental no se reduce a operar con números y a memorizar fórmulas: la escuela no aporta (no debe aportar) simples adiestramientos, sino educación en sentido amplio, es decir, la posibilidad de afrontar situaciones, interpretarlas y resolverlas. En esas tres tareas genéricas asociadas con cada situación (afrontar, interpretar, resolver) hay casi siempre algo de matemáticas, aunque no se expresen académicamente. Se trata de tareas complejas. J. LAVE (1985) ha anotado el contraste entre situaciones de tipo escolar y las que están muy alejadas de las lecciones; en el primer caso, *"las personas tienden a producir, sin pregunta, técnicas algorítmicas estudiados para resolver problemas"*, mientras que, en el segundo, *"las mismas personas utilizan técnicas variadas e inventan unidades para calcular... Estas personas cambian los problemas, los descomponen y recomponen por vías que reflejan la organización de la actividad que están realizando... y a menudo usan el entorno físico y social como instrumento de cálculo"*. Trabajos etnográficos, como el anterior, ponen de manifiesto la zanja existente entre los conocimientos escolares y los que se ponen en juego en situaciones de la vida cotidiana.

Las visiones numérica, geométrica, estadística y algebraica que aportan las matemáticas escolares son muy poderosas; permitirían, efectivamente, afrontar, interpretar y resolver situaciones de la vida cotidiana (incluidas las de realizar con éxito una Formación Profesional o un Bachillerato). Aunque se trata de visiones matemáticamente reificadas, a la hora de aplicarlas apelan a nuestra creatividad y a nuestra capacidad de trabajo individual y compartido. Ahora bien, los alumnos no saben aplicarlas porque los profesores somos indiferentes ante la utilidad (3) de nuestras enseñanzas y porque, paralelamente, no infundimos en los alumnos la convicción de que hay unos patrones de reflexión que conducen a esas visiones.

## **El aspecto disciplinar de las matemáticas escolares**

La matemática es una disciplina científica cuyo principal objetivo, hoy en día, es el de producir resultados derivados en alguna axiomática. Internamente, la crítica es despiadada: no es posible admitir resultados sin demostración, salvo como conjetura (verdad provisional). Los contraejemplos sirven para limitar la supuesta generalidad de una afirmación, demostrada o no.

La concepción disciplinar de las matemáticas escolares surge de la creencia siguiente: es posible renunciar a las referencias externas y dar sólo sentido matemático a los contenidos del currículum de matemáticas: números, geometría, estadística, álgebra y análisis deben aprenderse, con independencia de su utilidad, porque son importantes apartados matemáticos.

El movimiento educativo denominado "*matemática moderna*" impulsó, desde los años 1960 hasta finales de los 80, no sin críticas, el manejo escolar de objetos muy abstractos (tales como conjunto, relación, aplicación o estructura) que no podían recibir sentidos claros. Paralelamente, se tomaron decisiones escolares matemáticamente justificables (como la ruptura entre número y magnitud, el énfasis de todo lo lineal en geometría o la preeminencia del Análisis elemental en Bachillerato), que generaron ilusión en el profesorado y un aumento del fracaso escolar.

La reforma y la LOGSE han modificado sustancialmente (sobre el papel) el enfoque de la matemática moderna y han otorgado al Centro la capacidad de "cerrar" el currículum, pero no han renunciado a la segmentación por Áreas ni han acertado en el reparto horario atribuido a cada una de ellas. A este respecto, los profesores no están, en general, ilusionados, como no está claro que disminuya a sus ojos el fracaso escolar; más bien da la impresión de que la extensión de la escolaridad obligatoria hasta los 16 años genera frustración y desánimo.

En este contexto, la pregunta básica es ¿qué podemos hacer?

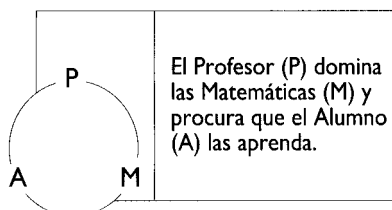
Una primera vía de actuación consiste en quedarnos como estamos, elaborando un currículum disciplinar de "mínimos" y exigiendo que todos los alumnos alcancen los objetivos asociados. Se trata de una solución respetable, que no comparto, aunque no voy a dar aquí muchas razones. Una de ellas tiene que ver con la rentabilidad del esfuerzo del profesor; parece que, con esta vía, se optimiza; sin embargo, no mejora sustancialmente el rendimiento del alumnado.

En segundo lugar se ha intentado una adaptación a los alumnos, generando lo que suele llamarse una bajada de niveles.

Estas dos posibilidades, legítimas, no son las únicas.

### Triángulos famosos

Un enfoque disciplinar de las matemáticas se basa en el famoso triángulo (figura I (4)):



Finura I: Profesor. Alumno. Matemáticas

En esta figura, "Profesor" y "Alumno" remiten a arquetipos, no a individuos concretos. Sabemos que hay arquetipos diferentes, tanto en los estilos de enseñanza como en los de aprendizaje; en ellos incluyo cuestiones de valor o actitudes (muchos profesores "odian" la Estadística, muchos otros se "deleitan" con el Análisis), que repercutirán en la variedad de contenidos sobre los que los alumnos habrán de examinarse. No cabe duda de que, hoy en día, los profesores, niños y jóvenes que acuden a las escuelas son lo suficientemente diversos como para justificar un retoque de la figura anterior (Figura 2):

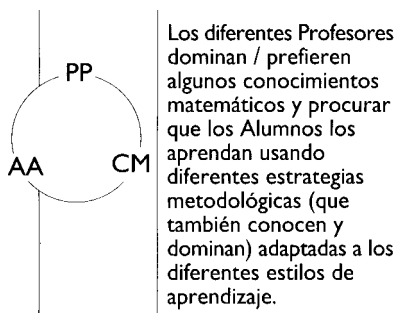


Figura 2: Profesores, Alumnos, Conocimientos Matemáticos

El lector que haga una lectura favorable de estas dos figuras quizá comparta conmigo una idea tan sencilla como la siguiente: una diferencia pedagógica esencial entre la Ley General de Educación y la LOGSE se articula en la toma en consideración, por ésta, de la pluralidad. La diferencia no está en lo disciplinar ni en el aspecto instrumental de las matemáticas (que se mantienen, aunque se modifique el enunciado literal de los contenidos en el currículum de matemáticas).

Sin embargo, la diferencia, por mínima que parezca, implica consecuencias. Voy a tratar una de ellas.

### **Se modifica la idea de participación**

En otro lugar (CORIAT (1997-2000)» he desarrollado algunas ideas sobre los tres procesos básicos que se dan en educación y en educación matemática: transmisión, aprendizaje y participación. El tercero, con la LOGSE, deja de ser una consecuencia inevitable de los dos primeros; en cierto modo se independiza de ellos, cobrando "carta de naturaleza", al modo pretendido por Dewey (5).

La participación es el proceso por el cual los niños y jóvenes comparten símbolos y herramientas propias de una o varias culturas. La objeción de conciencia, en matemáticas, es un caso extremo que hace visible cómo esta participación ha de ser negociada, no supuesta; una eficaz participación no parece compatible con una (hipotética) bajada o subida de niveles, sino que exige un sentido para que las matemáticas sean aceptadas.

Ese sentido sólo se alcanza por negociación y, hasta donde soy capaz de entender el encadenamiento genérico de las ideas, la reivindicación se apoya en el siguiente guión:

- I. No nos gustan las matemáticas porque son abstractas y sin sentido.
2. No queremos aprender matemáticas porque sólo sirven para aprobar.
3. No nos gusta hacer ejercicios porque son una mera repetición de lo que ha dicho el Profesor, con otros datos.
4. No queremos hacer ejercicios porque nos aburrirnos.

Sabemos que, en la negociación de esta hipotética reivindicación, hay que filtrar el rechazo de un nivel de exigencia (absolutamente imprescindible en la escuela); pero una vez filtrado, queda "algo" veraz en el argumento. A su manera, los alumnos están rechazando nuestra indiferencia ante la utilidad, nuestro marcado énfasis de lo disciplinar.

## 6. Matemáticas y Lengua

Hay al menos dos ideas que favorecen el encuentro de estas dos disciplinas:

(1ª) Las matemáticas se aprenden usando la lengua vernácula.

(2ª) Para aprender matemáticas es necesario controlar algunas sutilezas de esta lengua.

Así, resulta necesario inducir, entre profesores y alumnos, un más extenso uso de la lengua, tanto para diversificar las explicaciones mutuas como para matizar detalles matemáticos de una situación. Esto se consigue mediante decisiones tomadas en el Centro, si varios profesores deciden converger, mediante clases coordinadas o mediante un trabajo, en paralelo, de determinadas ideas previamente acordadas por éstos.

### Ejemplo 5

Este extenso uso no se refiere solamente a la estructura de las frases, sino al propio léxico.

Durante el curso 99/00, he impartido la asignatura "Matemáticas para Alumnos con Necesidades Educativas Especiales", de 3º de Magisterio, titulación Educación Especial, en la Universidad de Granada. Cuando estudiábamos una parte titulada "la hora", hicimos una lista de términos relacionados con el tiempo, de los que seleccionamos los siguientes: ahora, antes, después, mientras, durante, tarde, pronto, temprano, instante y momento. Al terminar la clase en la que elaboramos esa lista, puse la siguiente tarea para casa: buscar sinónimos en un diccionario y obtener un grafo de relaciones del siguiente modo: si en la entrada ahora, aparece ya, poner una flecha con punta en ya; si en la entrada ya, aparece ahora poner también una punta en el origen de la flecha anterior. Esta simple explicación de la tarea exigió algunas indicaciones complementarias. El mejor de los trabajos presentados consta de 4 hojas manuscritas en DIN A4 con todos los reenvíos del diccionario usado y una hoja en DIN A3 que reproduzco, reducida, en la Figura 3.

Una de las propiedades más relevantes de la figura 3 es el deslizamiento semántico que permite pasar de después a antes (6) y de ahora a antes. Si seguimos el grafo asociado a este diccionario, podemos tomar varias decisiones culturales sobre la enseñanza y el aprendizaje de las tres nociones: pronto, ¿es el término clave?; ¿se "deducirían" de él la noción de antes (vía temprano) y, sucesivamente, las de ahora y después?

Por otra parte, el grafo anterior permite dar sentido a frases como "¿quién ganará la carrera?". Por una parte necesitamos proyectar la idea de antes en el futuro: ganar la carrera significa "llegar antes" o "llegar la primera", pero se trata de un acontecimiento que ocurrirá, tendrá lugar después.

Hay una gran diferencia entre la riqueza de matices del cuadro anterior y la secuencia temporal expresada matemáticamente (figura 4):

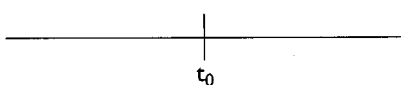


Figura 4

En la figura 4, si  $t_0$  es el instante arbitrariamente declarado como ahora (en la figura 3, por cierto, no hay relación entre instante y ahora), el intervalo  $]-, t_0[$  incluye todo lo que ocurre antes, mientras que el intervalo  $]t_0, +[$  incluye todo lo que ocurre después.

En algunas gráficas con cambios notables, tiene sentido usar metafóricamente antes, ahora, después aunque ninguna de las variables sea temporal. Así, la figura 5 permite enunciar frases como "la función es creciente antes de alcanzar su valor máximo"; se trata de un antes de carácter metafórico, ya que desconocemos si la variable independiente es temporal.

Si exceptuamos el campo estricto de la disciplina matemática (las matemáticas de los matemáticos), la riqueza de matices de estos grafos de relaciones ayuda a establecer significados y a relativizarlos (por su variedad, al cambiar de diccionario), así como a integrar los valores en el trabajo escolar. Los contenidos matemáticos siguen siendo las nociones elementales temporales, previas al aprendizaje de

la hora; lo que hace la lengua (en este caso, un diccionario) es aportar al GrupoClase una visión más global y dinámica de las relaciones entre los diferentes términos y de las relaciones más importantes; los alumnos, ayudados por la Maestra, sólo pueden "ganar" con tareas basadas en estas ideas.

### Confianza, medida y cálculos

El cálculo con números ocupa la parte esencial del tiempo lectivo en las escuelas; si el alumno no opera bien, se deduce que va mal en matemáticas. Más abajo me referiré a la importancia de este cálculo.

#### El Principio de Confianza

Introduzco aquí este principio, que suelo utilizar en mis clases de Magisterio para desdramatizar los errores de cálculo (sin por ello ocultar la importancia de éste).

Adaptando una idea de Vergnaud, conviene distinguir la realización de una operación con números (por ejemplo, dividir 1 entre 6) de la realización de una actividad que implica una operación (operación-en-acto).

Cuando, el día del cumpleaños, una mamá va a repartir la tarta entre seis niños, está realizando una división-en-acto. Supongamos que la tarta sólo para los niños, y que uno de ellos se queje de que su trozo es "más pequeño". Desde el punto de vista estrictamente matemático, es imposible que la mamá haya obtenido seis trozos exactamente iguales (en forma, tamaño y peso); por tanto, cualquiera puede quejarse del reparto, ya que nadie conseguiría la perfecta ecuanimidad. Sin embargo, la argumentación no será esa; todo lo contrario, el trozo del niño que reclama se comparará "a ojo" con otro cualquiera y se añadirá la valoración relativa a la ausencia de intencionalidad por parte de la persona que cortó los trozos. En una situación apenas menos seria, si compramos 2 metros de cable, el vendedor mide los dos metros con su vara y, seguidamente, añade algunos centímetros "a ojo".

El principio de confianza permite que dos personas se pongan de acuerdo sobre cualquier cantidad de magnitud. No se exige la misma precisión al partir una tarta que al poner un satélite en órbita; por eso hay diferentes procedimientos para establecer ese acuerdo. Hay tres grandes ideas que permiten llegar a él: la potencia

de diez, la estimación y la aproximación. (Ver Anexo.)

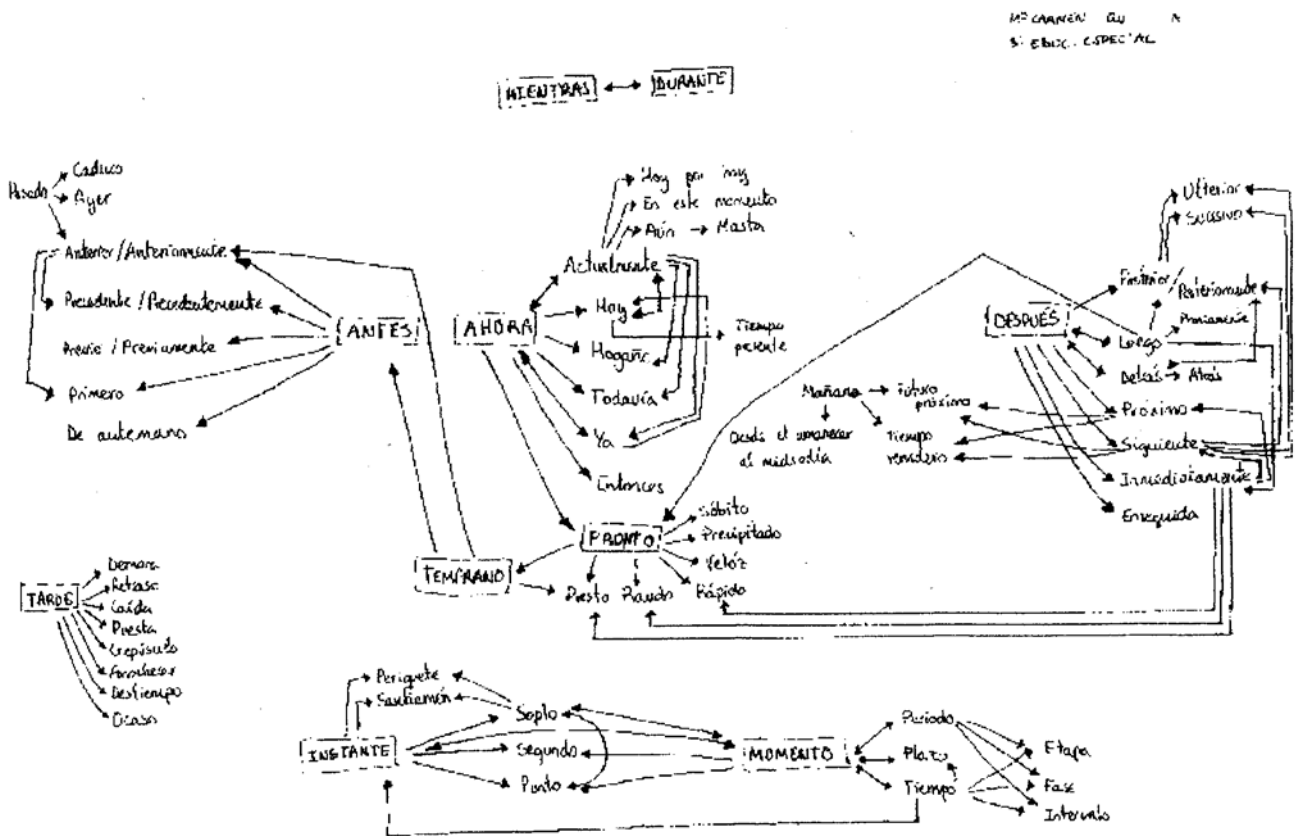


Figura 3: Un grafo de sinonimia.

En la vida cotidiana, las magnitudes juegan un papel central. El sentido externo de los cálculos se genera a través de ellas. Por lo general, se trata de cálculos con una estructura relativamente simple, donde la exactitud del resultado se subordina a las necesidades de la aproximación o la estimación, así como a determinadas valoraciones.

Ejemplo 6: Cuando el pelotón persigue a un ciclista escapado que lleva 5 minutos de adelanto, tiene que conseguir una velocidad media superior a éste. A pesar de los medios tecnológicos (que van dando, segundo a segundo, la evolución de las magnitudes básicas), los periodistas hacen una pregunta cuya respuesta exige una estimación: quedan 30 kilómetros para la llegada (al ciclista escapado) y en los 40 km. anteriores el pelotón ha recuperado 2 minutos y medio, ¿conseguirá alcanzar el pelotón al corredor solitario para que haya una llegada "en sprint"? (Esta pregunta admite diferentes predicciones, según se valoren el interés del pelotón y el cansancio del atrevido.)

### *Calculos en clase de matemáticas*

Muchos dirán que los problemas como el anterior se podrían trabajar en otras áreas, pero no en matemáticas. Aquí lo que interesa, por lo visto, es sólo que el alumno sepa operar, simplificar, racionalizar, etc. No digo que se trate de un falso interés, lo que quiero poner de manifiesto es que hemos descompensado el currículum de matemáticas con operaciones desprovistas de significado externo y que esta ausencia de sentido, de utilidad, es la principal responsable de la alta desmotivación y del alto fracaso que observamos en nuestros alumnos. Estoy convencido de que los alumnos aprenderán mejor a "ver" la equivalencia entre  $2/3$  y  $4/6$  enfrentándose a problemas de unidad común de medida que memorizando dibujos del libro, teoremas de clase y ejercicios-tipo para los exámenes.

La propia evolución o maduración de las personas es la que dicta al profesor cuándo está en condiciones de analizar la validez de un razonamiento o la coherencia interna de un cálculo. La importancia de cálculos reside en su aplicación a la vida cotidiana y en la versatilidad que aportan para afrontar nuevas situaciones (matemáticas o no); lo que estoy tratando de defender es el acercamiento a los cálculos a través de significados externos (no matemáticos) que les dotan de sentido y permiten, además explicar diferencias y errores. Estos significados externos son los que mueven a los individuos (no matemáticos) a hacerse preguntas sobre significados internos, es decir, relaciones entre números, propiedades, teoremas.

Si la acción y el pensamiento (en el orden que se prefiera) son las bases de la consigna "aprender a aprender", necesitamos (1) volver a definir, en nuestras clases de matemáticas, las dosis respectivas para la una y el otro, y (2) que los profesores, teniendo en cuenta que sus alumnos nunca aprenderán todo lo que ellos querrían, confíen en que sus alumnos, finalmente, puedan aprender por su cuenta, es decir, afrontar, interpretar y resolver las situaciones que les depare la vida, en parte, con la experiencia y los conocimientos adquiridos en la escuela.

### **Situaciones y currículum escolar**

Admitamos, por pura especulación, que la afirmación anterior se comparte o, al menos, que se considera en principio más adecuada que la solución de "mínimos" arriba mencionada. La pregunta es si estamos los profesores preparados para ponerla en práctica. Creo que no, y lo afirmo basándome en experiencias previas hechas por algunos profesores que han fracasado (por diversas razones) o que no han permitido concluir.

En nuestras escuelas las tradiciones son difusas y por eso resulta más difícil establecer acuerdos de innovación entre los profesores (muchos de los cuales no tienen garantizada una permanencia equivalente a la duración de sus planes de trabajo). El "librito" de cada profesor sigue cerrado para los demás, no se comparten las experiencias y soluciones, sólo los resultados (en el mejor de los casos). La administración educativa genera anualmente programas de innovación donde los profesores pueden concursar y presentar planes. La universidad parece estar dispuesta ya a atender las pretensiones de los profesores en lugar de limitarse a satisfacer sus propias necesidades de información para la investigación, etc.

Con todo esto, cabe pensar en nuevas soluciones educativas que permitirán (en el marco de la LOGSE, que todo lo prevé) establecer nuevas perspectivas. De momento, se trata de "sueños", de posibilidades abiertas.

No creo factible que se empiece a dar sentido a estas posibilidades mientras el colectivo de profesores no modifique algunas actitudes cimentadas a lo largo de su propia formación y generalmente compartidas por la inmensa mayoría.

### *Valores y afecto*

El respeto mutuo exige el respeto de los valores que dos personas atribuyen a una misma situación. Desde la suma más sencilla ( $I + I$ ) hasta el más complejo problema, hay lugar para la discrepancia.  $I+I$ , desde luego, son 2 (en abstracto), pero si se reúnen gotas, montones o capitales, el resultado puede ser  $I$ . Con este juego de palabras no pretende pasarme de listo, sino establecer, mediante un ejemplo, la importancia de que el profesor "pregunte" la razón de una respuesta antes de valorarla (o para abstenerse de hacerlo).

La práctica respetuosa de la argumentación contribuye a la formación matemática. Los profesores hemos tardado mucho tiempo en aprender una idea, aunque no siempre sepamos ponerla en práctica: toda explicación ajena se apoya en una manera de pensar y actuar sobre el mundo diferente de la nuestra; cuando los alumnos argumentan de un modo que consideramos "débil" o "incorrecto", es muy difícil ponerse en su lugar para determinar cuáles son los aspectos de una situación que han decidido considerar como prioritarios. Tenemos demasiado miedo escénico para salirnos del guión prescrito por la disciplina matemática, que nos aporta seguridad y confianza; preferimos infundir ese miedo escénico en nuestros alumnos antes que acercarnos a su manera de ver las cosas; por supuesto, se trata de una manera inadecuada (desde una perspectiva disciplinar), pero ¿tenemos derecho, al corregirla, a mutilar también el esfuerzo y la dedicación invertidos en la realización de la tarea?

### *El error en matemáticas*

Los estudios cognitivos han puesto de manifiesto que todo error tiene una explicación y que la persona que mejor puede darla es la que lo "comete". Decir que " $1+1=1$ " está mal es lo más sencillo; preguntar, al alumno que lo escribió, qué es lo que le ha movido a decirlo abre una discusión que, generalmente, acabará en un auto-corrección.

En educación matemática se han censado muchos errores típicos, principalmente numéricos y algebraicos, pero lo que parece seguro es que toda enseñanza induce errores; a veces, generan conflictos en algunos alumnos. He aquí una breve lista bien conocida. Maestros y Profesores decimos, a veces, cosas como las siguientes:

- "La multiplicación aumenta", lo que sólo es cierto cuando los dos factores son mayores que uno o negativos.

- "La base de la pirámide es la cara en que apoyo", lo que sólo es una costumbre.

- "No se puede sumar 2 con  $x$ ", para dar a entender que la suma " $2+x$ " debe dejarse indicada.

Por supuesto, una siempre pequeña colección de afirmaciones discutibles no puede compararse con la enorme colección de verdades matemáticas que los profesores dictamos. Parafraseando a Brouwer hay que reconocer que no podemos tener la seguridad de expresarnos sin malentendidos y sin errores (ni siquiera en el marco de una axiomática). Como las matemáticas escolares se aprenden a través de las lenguas vernáculas, esa ausencia de seguridad se transforma en certeza de lo contrario: todos los participantes generamos malentendidos y cometemos errores. Por eso, el problema de las matemáticas escolares no consiste en "eliminar" los errores, sino en determinar cuáles son los malentendidos que los han generado. Los malentendidos ajenos se obtienen filtrando el discurso del alumno, hasta hacer evidente para él la contradicción o la discrepancia con otras interpretaciones de la misma situación.

### *Las nuevas tecnologías: evitar el retraso secular (en lo posible)*

La fábula de los galgos y los podencos (7) es la que mejor describe, en el momento actual, la cuestión de la informatización en la mayoría de los centros escolares. El problema ya no consiste en saber si las calculadoras, los ordenadores e Internet son buenos o malos para la educación Infantil, Primaria y Secundaria. Se trata de herramientas que han entrado en nuestra cultura y, salvo cataclismo, no saldrán de ella. El problema consiste en usarlas críticamente (8) en las clases.

Siendo precavidos, en matemáticas escolares hoy, aportan variadas posibilidades para la acción tutorial y para las interacciones entre alumnos; bases de datos (informaciones, enunciados de problemas, unidades didácticas) prácticamente inagotable para el Grupo-Clase (Profesor y Alumnos); un aumento prodigioso de la capacidad de cálculo; una multiplicidad de representaciones de las mismas ideas, conceptos y procedimientos; una modelización de variados fenómenos (naturales o matemáticos).

En el momento presente la máquinas, por inteligentes que parezcan, no pueden suplantar al profesor que atiende a sus alumnos en el respeto a sus valores, con afecto y teniendo en cuenta los errores no como algo que se persigue, sino como algo de lo que se aprende. Las máquinas no pueden entrar de cualquier manera en cada aula; sólo el Maestro o el Profesor está en condiciones de decidir el cómo y el cuando de esa entrada. Pero cada vez que se pospone una decisión se retrasa también la ayuda de un intermediario de la enseñanza y el aprendizaje que, debidamente utilizado amplifica las



posibilidades. Todas las herramientas (desde la tiza y el encerado hasta internet) tienen sus ventajas e inconvenientes, que el Grupo-Clase debe tener en cuenta para extraer el máximo partido de ellas.

Ninguna actitud se cambia brutalmente y, de hacerse así, genera casi siempre frustración y desánimo. Las matemáticas escolares no podrán evolucionar positivamente (y lentamente) si no van acompañadas de una reflexión y cambio (progresivo y lento, pero inaplazable) en la concepción estrictamente disciplinar que predomina en la actualidad.

## **Anexo**

Trabajar con potencias de diez significa la mayor renuncia a la exactitud numérica. Se adquiere una idea "grosera" de cualquier cantidad de magnitud. Hay un paralelismo con el cálculo numérico: la escritura posicional de números en base de diez se apoya precisamente en esas potencias. Ejemplo: la altura de una persona es del orden de 1 m, porque  $10^0 (= 1)$  es la potencia de 10 más cercana a las medidas habituales (que oscilan entre los 0,50 m de los bebés y los 2,10 m de los jugadores de baloncesto).

Estimar significa dar un valor explicando el procedimiento seguido, pero sin preocuparse de la exactitud (9).

Ejemplo: el área de un rectángulo cuyos lados miden 1,08 m y 1,23 m, se puede estimar en 1,2 m<sup>2</sup> (se redondean ambos lados a 1,1 y, personalmente, he memorizado el cuadrado de 1,1).

Aproximar significa dar un valor mediante un procedimiento que permite indicar el "grado de alejamiento" (error) del valor exacto.

Ejemplo: si sabemos el valor exacto de una cantidad está comprendido entre dos números naturales consecutivos,  $n$  y  $n+1$ , el valor  $n+0,5$ , aporta una aproximación con error menor que 0,5. (Esto sirve en ocasiones, como cuando sólo se recuerda que la 3 está comprendida entre 1 y 2: el valor 1,5 es una aproximación con error menor que 0,5)

Quizá sorprenda que no me refiera a los valores exactos, como una cuarta gran idea. La descarto porque confunde. Con magnitudes discretas (granos de arena, botes de pintura, etc.) es posible llegar a ser exactos, pero con magnitudes continuas, no es siempre posible. (Otra cosa es, por supuesto, que en matemáticas se disponga de símbolos -para referirse a ellas exactamente, como 3 o de procedimientos geométricos -para representarlas exactamente, como en el caso de la 3-.) En general, la exactitud constituye un valor en matemáticas, pero se exhibe raras veces fuera de las matemáticas. Así: desgraciadamente, casi nadie presta atención a la ficha técnica de un sondeo de opinión final a las 5 pesetas más próximas (con objeto de no manejar monedas de peseta -¿harán lo mismo con los céntimos de euro?-)

## **Bibliografía**

CORIAT, M., SANCHO, J., MARIN, A. y GONZALVO, P. (1989): Nudos y nexos. Redes en la escuela. Madrid; Síntesis.

CORIAT, M. (2000): El aprendizaje y la matemática escolar. Uno. 24, pp. 9-21.

CORIAT, M. (en prensa): Fundamentos del Currículo de Matemáticas. En L. Rico (ed.) Madrid: Síntesis.

HYTTEN, K. (2000): The resurgence of Dewey: are his educational ideas still relevant? Journal of Currículo Studies, 32 (3), 453-466.

SKOVSMOSE, (1999): Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Bogotá: una empresa docente.

## **Notas**

(1) Me refiero a la institución escolar. Todavía hay profesores arrojados que siguen intentando y proponiendo innovaciones concretas basadas en ideas como las indicadas; por lo general, cuentan con la ayuda de sus respectivos centros. Pero la institución escolar parece exclusivamente diseñada para que el profesor transmita contenidos a sus alumnos.

(2) Acaso la situación no sea tan nueva: ¿No nos hemos quejado siempre, en B.U.P., de los "repetidores"?

(3) Para un desarrollo de esta idea, véase Coriat (2000)

(4) Reconozco que las figuras tienen algo de metafórico y que constituyen una simplificación. En contrapartida, facilitan el discurso y permiten otras comparaciones.

(5) No creo que Dewey usara el término participación con el mismo sentido que le doy aquí. Sin embargo, uno de sus más importantes leit-motifs es el siguiente: "La importancia de la educación en la construcción y moldeado (shaping) de la sociedad". (HYTTEN (2000).) Resulta difícil concebir esta meta general sin hacer de la participación algo más que una consecuencia de la transmisión y el aprendizaje.

(6) Ayuda: Situándonos en después, rasamos sucesivamente a luego, pronto, temprano, antes. Conviene recordar aquí que estos grafos de relaciones dependen de los diccionarios. (Ver CORIAT, SANCHEZ, MARIN y GONZALVO (1989).)

(7) Crudamente contada, la fábula narra como dos conejillos fueron cazados por una jauría de perros porque, en lugar de ponerse a salvo, se dedicaron a discutir si sus perseguidores eran galgos o podencos.

(8) En el sentido de la educación mate. mática crítica. (Ver O. SKOVMOSEM (1999).)

(9) Se supone que el anhelo de exactitud constituye un valor.