

PROPUESTA

GUÍA PARA EL USO DEL ÁBACO (por Jona)

CUENTAS

- DM = Decena de Millar FILA 5^a
- UM = Unidad de Millar FILA 4^a
- C = Centena FILA 3^a
- D = Decena FILA 2^a
- U = Unidad FILA 1^a
- CM = Centena de Millar COLUMNAS.

Cuentas para sumar en la multiplicación (llevar)

NOTA: El término “anotar” se usará para mover las cuentas; de las filas hacia la izquierda y de las columnas a la derecha (*el movimiento se puede cambiar*).

El ábaco es, en esta guía, un apoyo para realizar los cálculos aritméticos, así como lo es papel y lápiz, objetos, instrumentos como calculadoras, etc. a nivel primaria. Teniendo en cuenta que el niño se encuentra en el periodo concreto y requiere de manipular para poder operar, el ábaco por contener “bolas” para contar, es un magnífico apoyo.

Se incluyen ejercicios desde anotación y lectura de cantidades **anotadas** en él, hasta una propuesta de cálculo de raíz cuadrada, claro que por el diseño y la propia propuesta se trabaja con resultados de hasta 6 ó 7 dígitos, de acuerdo a la notación (U, D, C, UM, DM, CM).

Se pretende con el uso del ábaco, crear otra forma de razonamiento en el educando. Quizá no sea la manera correcta en que lo usaron y usan los orientales, pero es una propuesta más para enseñar a operar números con ayuda de este instrumento, el cual sólo se usa de manera muy rudimentaria en la primaria. Además que sea punto de partida para mejoras de la propuesta de uso.

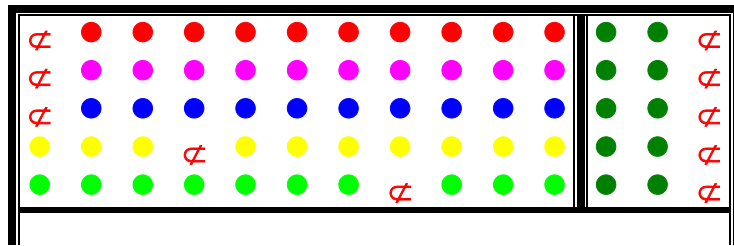
EQUIVALENCIAS

Esta parte debe quedar bien comprendida por el educando para que pueda sumar y restar.

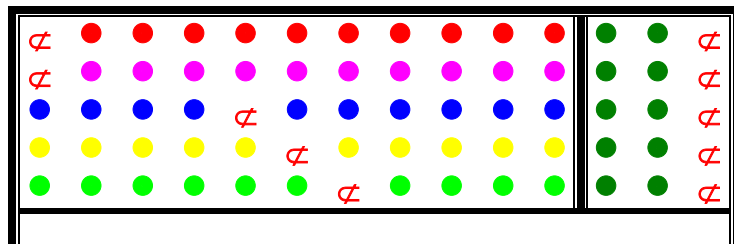
- 10 ● U = 1 ● D
- 10 ● D = 1 ● C
- 10 ● C = 1 ● UM
- 10 ● UM = 1 ● DM
- 10 ● DM = 1 ● CM
- 10 ● CM = 1 ● UMN (unidad de millón)

ANOTACIÓN Y LECTURA DE CANTIDADES EN EL ÁBACO

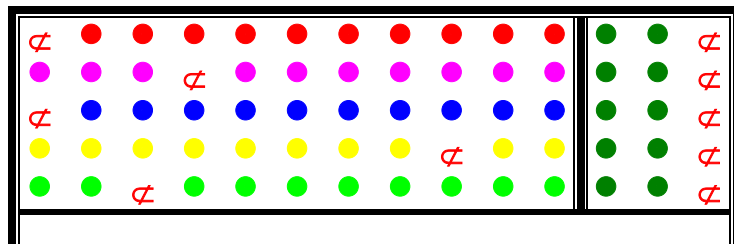
Anotar 7 U, 3 D
¿Qué Cantidad es?
37



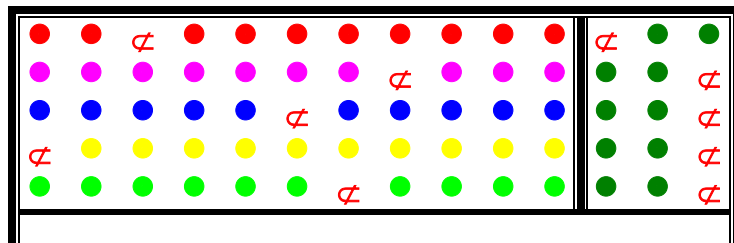
Anotar 6 U, 5 D, 4 C
¿Qué Cantidad es?
456



Anotar 2 U, 8 D, 0 C,
3 UM
¿Qué Cantidad es?
3,082



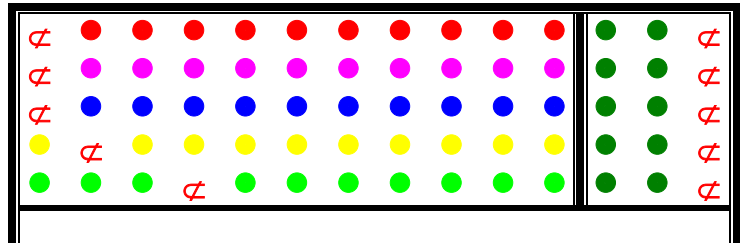
Anotar 6 U, 0 D, 5 C,
7 UM, 2 DM, 2 CM
¿Qué Cantidad es?
227,506



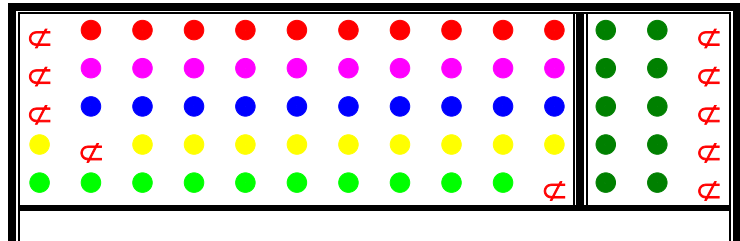
Este último ejemplo incluye CM y se usó el lado de las columnas para representarlas.

SUMA DE CANTIDADES CON APOYO DEL ÁBACO (Método tradicional)

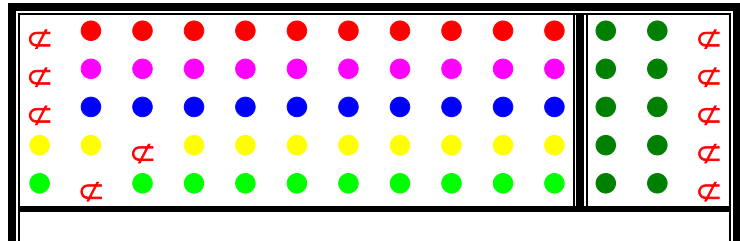
Sumar $13 + 28$
¿Cuál es el resultado?
 $= 41$
Anotar uno de los sumandos



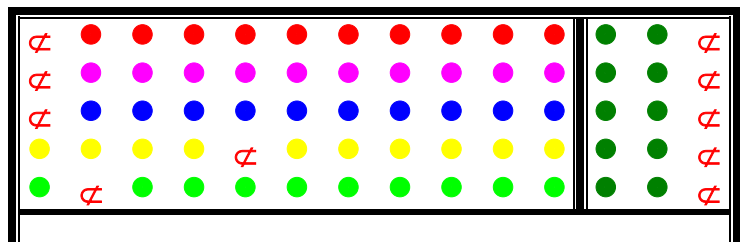
Se **anotan** (agregan) las unidades del siguiente sumando.
Al agregar 7 U, se completó la 1ª fila, éstas cuentas equivalen a una de la 2ª fila



Se **anota** una de la 2ª fila equivalente a las 10 U y se regresan las unidades a su posición original para seguir **anotando** 1 U



Se **anotan** las decenas y se obtiene el resultado
 $4 D + 1 U = 41$



$$\begin{array}{r} 13 \\ + 28 \\ \hline 41 \end{array}$$

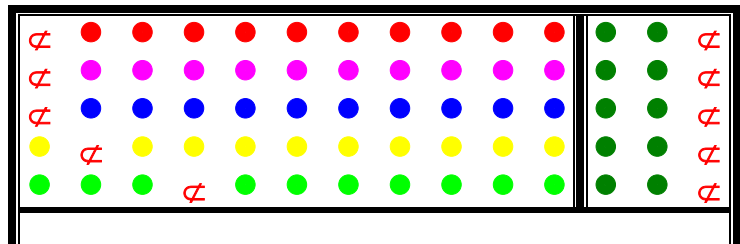
← **Sumando**
← **Sumando**
← **Suma**

Nota: el método tradicional al que me refiero es al de sumar de derecha a izquierda, como se hace de forma escrita, (iniciando con unidades).

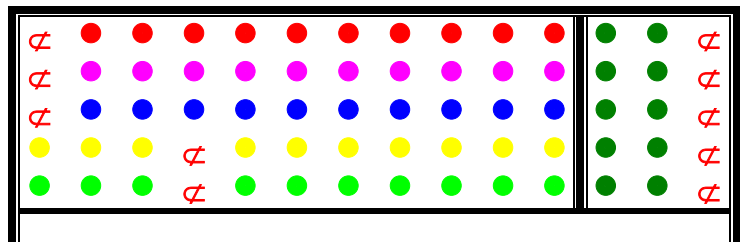
Para sumar varias cantidades de varios dígitos se puede resolver por partes, método UDC, descrito en la resta. Los resultados parciales se escriben en la libreta de izquierda a derecha. Este método sirve para sumar hasta 5 cantidades de varios dígitos.

SUMA DE CANTIDADES CON APOYO DEL ÁBACO (Método inverso)

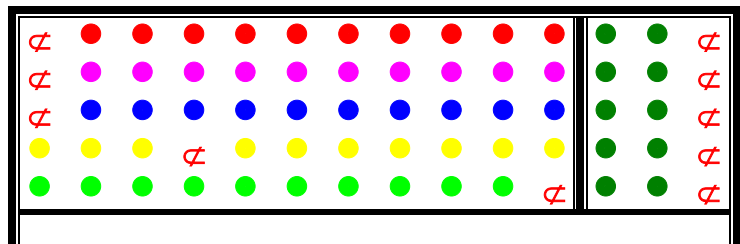
Sumar $13 + 28$
 ¿Cuál es el resultado?
 = 41
Anotar uno de los sumandos



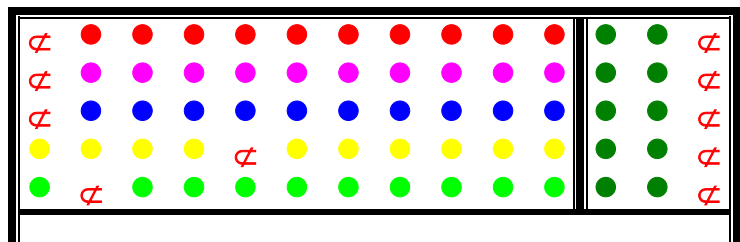
Se **anotan** primeramente las decenas en la fila correspondiente (2ª fila)
2 decenas (ya que así se lee y dicta)



Se **anotan** las unidades en la 1ª fila (con 7 se llena y el total de la fila que equivale a una de la 2ª, una decena)



Se **anota** una decena y se regresan las unidades para seguir anotando la unidad que falta y se obtiene el resultado.



Nota: el método inverso al que me refiero es al de sumar de izquierda a derecha, como se escribe la cantidad cuando se dicta, (iniciando con la de mayor valor; D, C, UM, etc.).

RESTA DE CANTIDADES CON APOYO DEL ÁBACO

Para la resta se pueden aplicar varios métodos, se incluyen 3:

1. MÉTODO UDC:

Primero se operan las unidades, luego decenas, centenas, etc. Los resultados se escriben en la libreta u hoja de derecha a izquierda (como se dijo es un apoyo para operar). Con este método se pueden operar cantidades grandes; únicamente con el cuidado de disminuir cuentas en el valor superior del minuendo cuando el sustraendo sea mayor.

Este método consiste en anotar y desanotar. **ANOTAR** (mover de derecha a izquierda) **DESANOTAR** (mover de izquierda a derecha).

- a) **Anotar** en la 1ª fila las unidades del sustraendo y en la 2ª las del minuendo; si el minuendo es menor que el sustraendo, se anota en la 3ª fila diez cuentas que equivaldrán a una decena.
- b) De acuerdo a las cuentas de la 1ª fila, se desanota igual cantidad de cuentas a la segunda, si es mayor la cantidad de la 1ª fila, desanotar de la 3ª, **escribir el resultado en la hoja donde se tiene la resta planteada**. Tener presente que cuando se haga esto último se reducirá la cantidad de decenas del minuendo, UNA CUENTA MENOS, PASARÁ LO MISMO CON LAS CENTENAS, ETC.
- c) **Anotar** las decenas del sustraendo en la 1ª fila y en la 2ª las decenas del minuendo; si el minuendo es menor que el sustraendo, se anota en la 3ª fila diez cuentas que equivaldrán a una centena. Desanotar cuentas y escribir el resultado.
- d) Proceder como en el inciso b), para las centenas; hacerlo de forma similar para las centenas, etc.

2. ANOTANDO MINUENDO Y SUSTRANENDO:

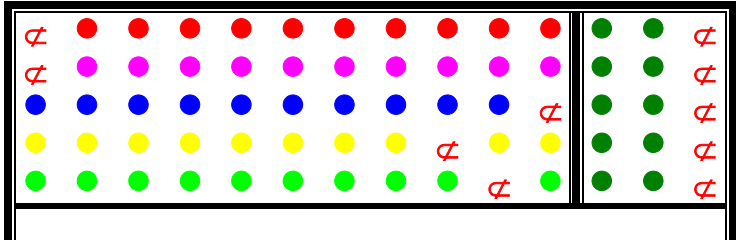
- a) **Anotar** el minuendo y el sustraendo (en las filas de arriba el minuendo, empezando por la 5ª fila si son 5 dígitos en total o en la cuarta si son 4 y, en las de abajo el sustraendo).
- b) Desanotar cuentas, **iniciando con las de mayor valor del sustraendo** y las del mismo valor del minuendo. PRIMERO; se desanota en el minuendo.
- c) Cuando sea mayor la cantidad de cuentas del sustraendo, desanotar las existentes en el minuendo y convertir una cuenta del valor superior a diez del valor inferior en el minuendo, para seguir desanotando.
- d) Repetir el mismo proceso del inciso b), pero con las cuentas de menor valor. Por el diseño del ábaco, sólo puede contener dos dígitos el sustraendo, en este método.
- e) Las cuentas que queden al lado izquierdo, **las filas superiores**, será el resultado o diferencia de la resta.

3. MÉTODO INVERSO

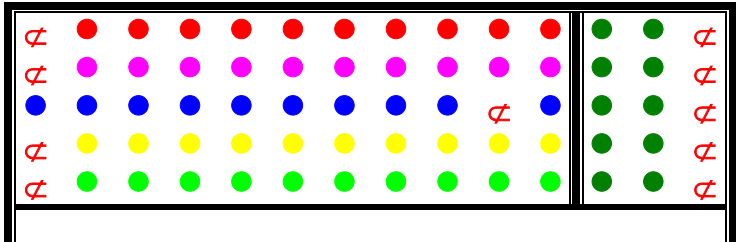
Similar al de la suma, sólo que desanotando.

Ejemplo del método UDC: Restar 4568 - 1279

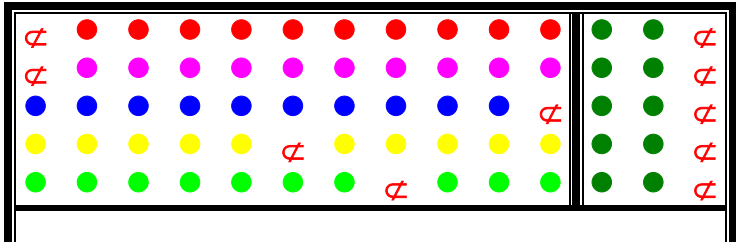
Anotando las unidades del minuendo y del sustraendo; además de 10 cuentas en la 3ª fila ya que el sustraendo es mayor



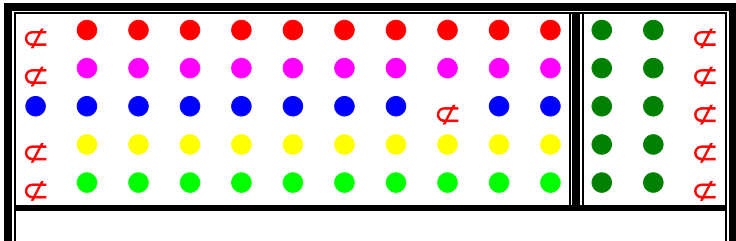
Desanotando la misma cantidad de cuentas
 Sustraendo 9 U
 Minuendo 8 U 2ª fila y
 1 U 3ª fila.
 Se escribe en una hoja la cantidad restante de cuentas
 = 9 U



Anotando las decenas del minuendo y del sustraendo; además de 10 cuentas en la 3ª fila ya que el sustraendo es mayor. *tómese en cuenta que el minuendo (las D) disminuyó una cuenta.*



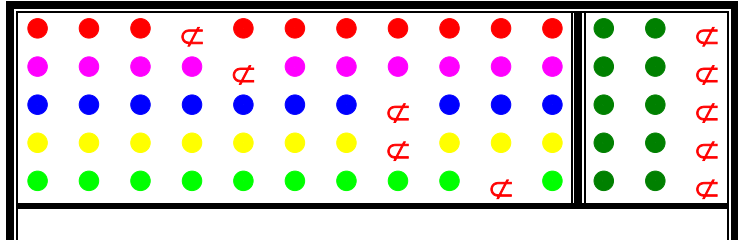
Desanotando la misma cantidad de cuentas
 Sustraendo 7 D
 Minuendo 5 D 2ª fila y
 2 D 3ª fila.
 Se escribe en una hoja la cantidad restante de cuentas
 = 8 D



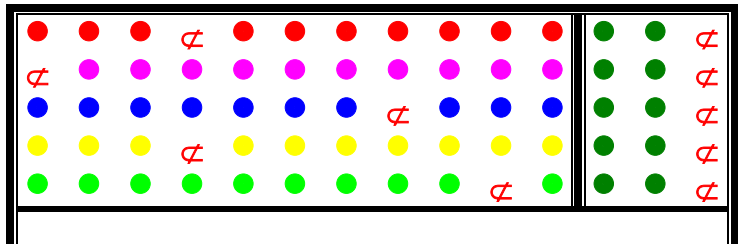
Se continua el mismo proceso con las centenas y unidad de millar, escribiendo el resultado (cuentas que quedan anotadas; al lado izquierdo).

Ejemplo del método 2: Restar 347 - 79

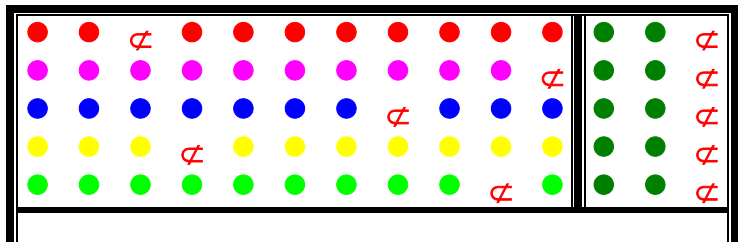
a) Paso 1
Se **anotan** el minuendo (347) y el sustraendo (79)



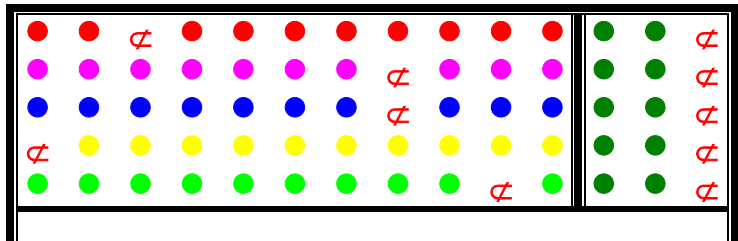
b) Paso 2
Se **desanota** en el sustraendo = 4 D y el minuendo = 4 D



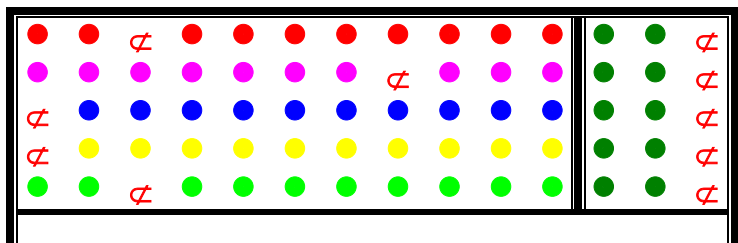
c) Paso 3
Convertir cuentas (de las centenas) para seguir desanotando las decenas



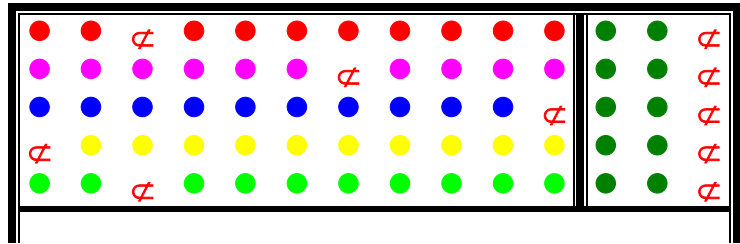
c) continuación
Se **desanota** en el sustraendo = 3 D y el minuendo = 3 D



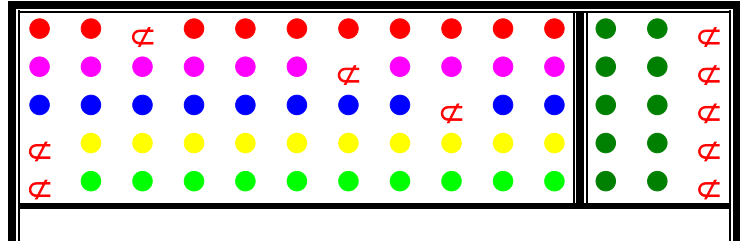
d) Paso 4
Se **desanota** en el sustraendo = 7 U y el minuendo = 7 U



d) continuación
 Convertir una decena en unidades en el minuendo, para seguir desanotando



d) continuación
 Desanotar las unidades restantes en el sustraendo y la misma cantidad en el minuendo y se obtiene el resultado.



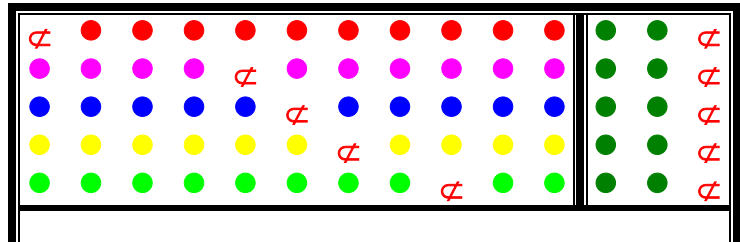
$$\begin{array}{r}
 347 \leftarrow \text{Minuendo} \\
 - 79 \leftarrow \text{Sustraendo} \\
 \hline
 268 \leftarrow \text{Diferencia}
 \end{array}$$

- 5ª Fila = Centenas del Minuendo
- 4ª Fila = Decenas del Minuendo
- 3ª Fila = Unidades del Minuendo
- 2ª Fila = Decenas del Sustraendo
- 1ª Fila = Unidades del Sustraendo

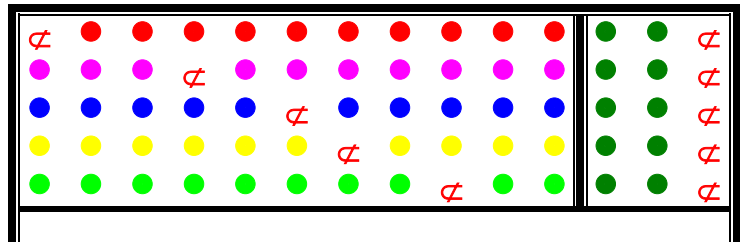
En este método se anotan; minuendo y sustraendo, y se resta de forma inversa

Ejemplo del método Inverso: Restar 4568 - 1679

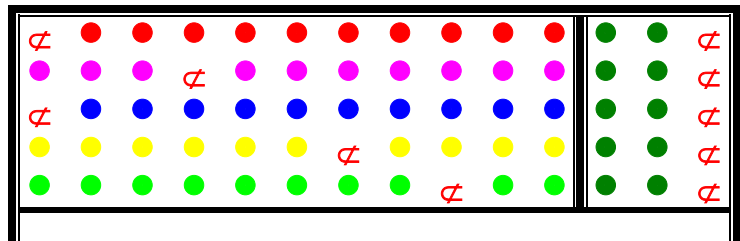
Anotar el minuendo en las filas correspondientes 4568



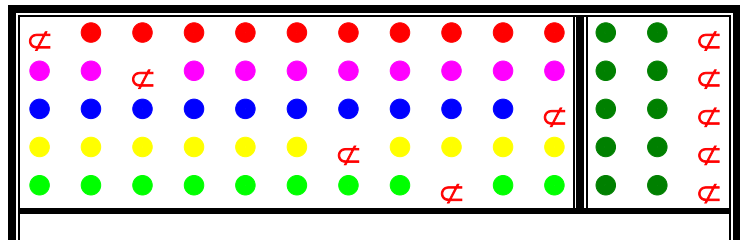
Desanotar las UM del sustraendo = 1



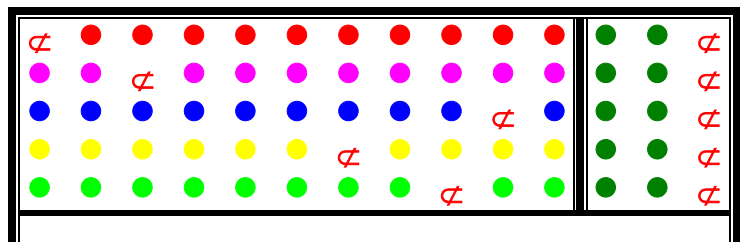
Desanotar las C del sustraendo = 6, como no alcanza, se convierte 1 UM en 10 C



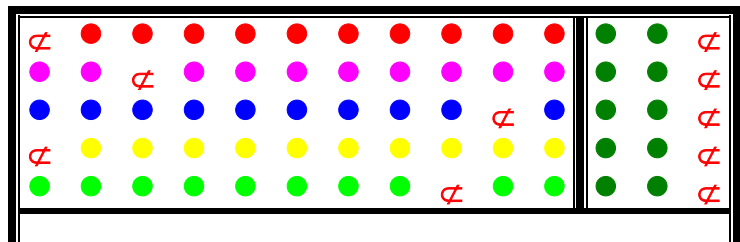
Conversión de 1 UM en 10 C, (se mueve una UM a la derecha y las diez C a la izquierda)



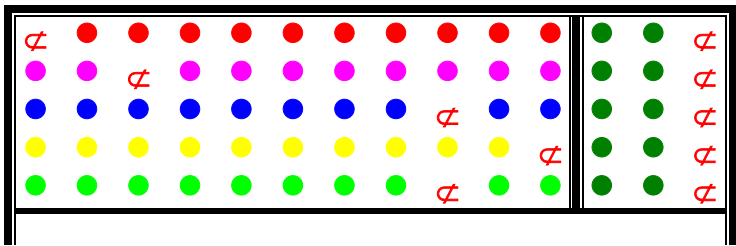
Se continua descontando las centenas = 1 (una que faltaba)



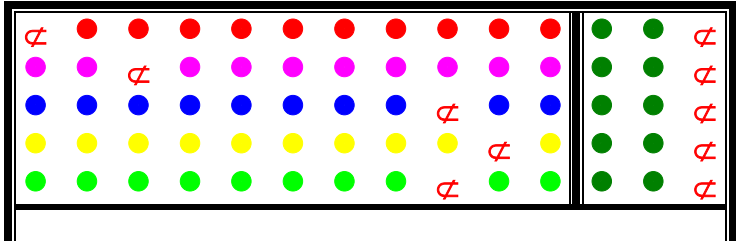
Descontar las decenas = 7, como no alcanza, se convierte 1 C en 10 D.



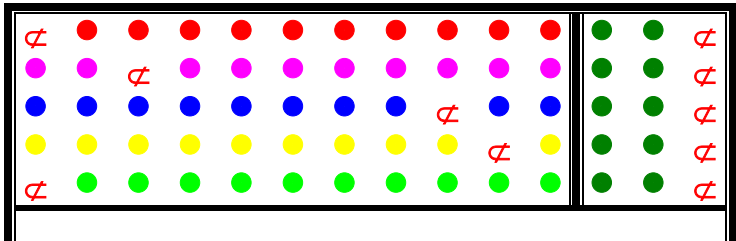
Conversión de 1 C en 10 D, (se mueve una C a la derecha y las diez D a la izquierda)



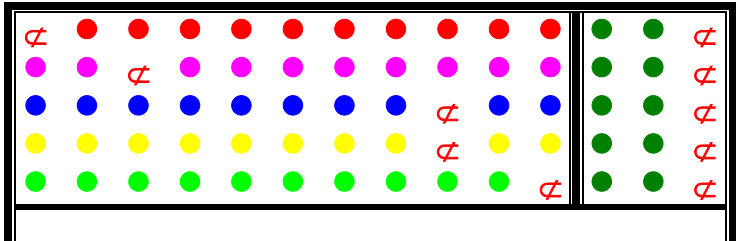
Se continua descontando las decenas = 1 (una que faltaba)



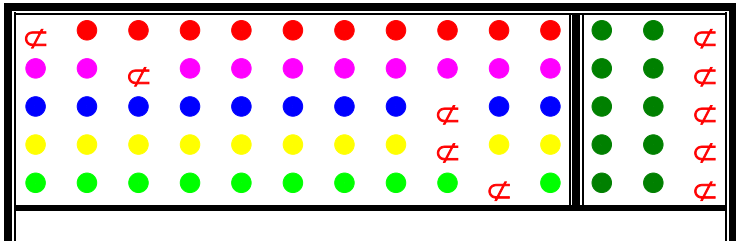
Descontar las unidades = 9, como no alcanza, se convierte 1 D en 10 U.



Conversión de 1 D en 10 U, (se mueve una D a la derecha y las diez U a la izquierda)



Se continua descontando las unidades = 1 (una que faltaba)
Y se obtiene el resultado 2889



$$\begin{array}{r}
 4568 \leftarrow \text{Minuendo} \\
 -1679 \leftarrow \text{Sustraendo} \\
 \hline
 2889 \leftarrow \text{Diferencia}
 \end{array}$$

Se comienza a desanotar con las cuentas de mayor valor hasta llegar a las de menor valor.

MULTIPLICACIÓN DE CANTIDADES CON APOYO DEL ÁBACO

Inicio de la multiplicación: multiplicar significa, repetir grupos de cantidades. Por ejemplo: $3 \times 4 =$ quiere decir que se agregarán tres grupos de 4 y con esto obtendremos el resultado.

<p>Anotar el primer grupo de 4 y al mismo tiempo una cuenta (en la fila superior) para que nos indique cuántas veces hemos anotado el grupo.</p>	
<p>Anotar el segundo grupo de 4 y al mismo tiempo otra cuenta (en la fila superior) para que nos indique cuántas veces hemos anotado el grupo.</p>	
<p>Anotar el tercer y último grupo de 4 y al mismo tiempo otra cuenta (en la fila superior). Como no son suficientes las cuentas de las U se convierte una D en U</p>	
<p>Convirtiendo y agregando las U faltantes. Con esto se completan los 3 grupos de 4 y se obtiene el resultado. 1 D y 2 U = 12</p>	

En vez de anotar las veces que se agregan los grupos, se puede ir **desanotando**, según los grupos anotados, anotando desde el principio el multiplicador o multiplicando. (*anotar la cantidad menor, ya sea el multiplicador o multiplicando*).

Antes de practicar la multiplicación, se deberán realizar ejercicios previos como; anotación, suma y resta de cantidades con las cuentas, empleando la notación: U, D, C, M, etc. esto se hace para poder leer el resultado y familiarizarse con el proceso además de comprender las equivalencias.

a) El número de dígitos que se obtienen en el resultado de la operación, ocuparán las filas de acuerdo a la notación que corresponda; U, D, C, etc.

NOTA: El término “**anotar**” se usará para mover las cuentas; de las filas hacia la izquierda y de las columnas a la derecha (*el movimiento se puede cambiar*).

Proceso: (Apoyo para la operación planteada en una hoja)

Para la multiplicación de las unidades del multiplicador.

- A. Del primer resultado (U X U) **anotar** las unidades en la 1ª fila, si hay decenas **anotarlas** en las columnas (cuentas de llevar).
- B. Al segundo resultado (U X D) sumar las cuentas de las columnas y **anotar** las unidades en la 2ª fila, si hay decenas **anotarlas** en las columnas.
- C. Al tercer resultado (U X C) sumar las cuentas de las columnas y **anotar** las unidades en la 3ª fila, si hay decenas **anotarlas** en las columnas.
- D. Este proceso se repite hasta multiplicar el último dígito del multiplicando, **anotando** las decenas si las hay, en la fila siguiente superior.

Para la multiplicación de las decenas del multiplicador.

*A partir de aquí se agregan cuentas a las que ya se habían **anotado***

- E. Se sigue el mismo proceso anterior, pero se inicia **anotando** a partir de la 2ª fila.

Para la multiplicación de las centenas del multiplicador.

- F. Se repite el proceso y se **anota** a partir de la 3ª fila. Así sucesivamente

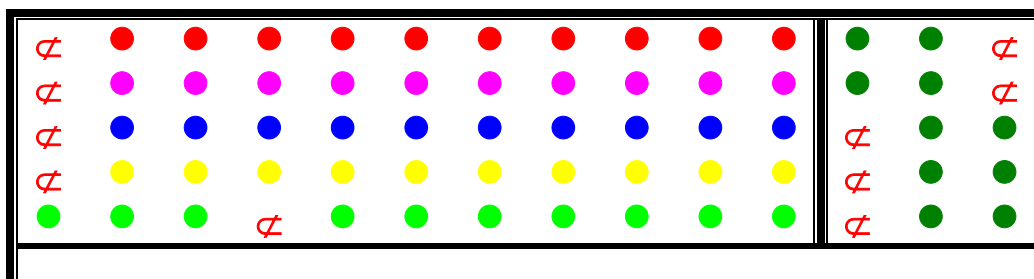
b) Se efectúa la multiplicación de forma normal, de derecha a izquierda, iniciando con las unidades, hasta operar todos los dígitos del multiplicando.

$$\begin{array}{r}
 247 \leftarrow \text{Multiplicando} \\
 \times 69 \leftarrow \text{Multiplicador} \\
 \hline
 2223 \\
 1482 \leftarrow \text{Resultados Parciales} \\
 \hline
 17043 \leftarrow \text{Producto}
 \end{array}$$

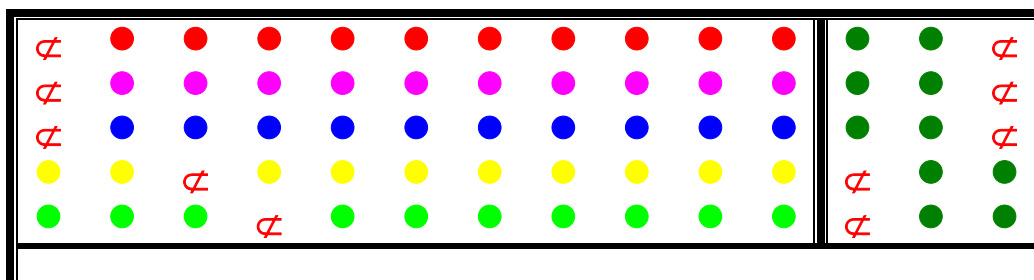
Se agrega este ejemplo para poder entender mejor el algoritmo de la multiplicación en el ábaco.

Para explicar mejor el proceso se empleó el siguiente ejemplo: 247×69

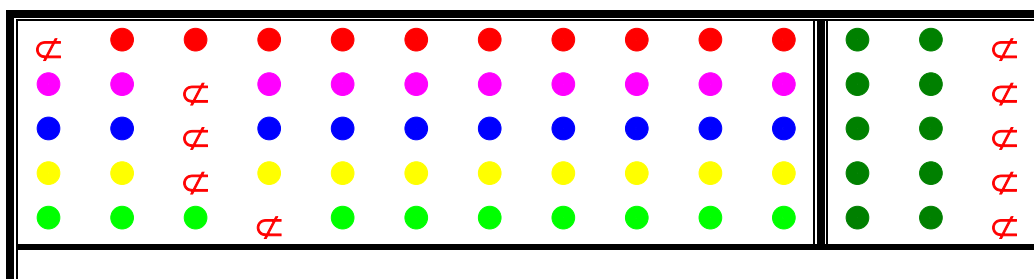
A. Multiplicar las unidades del multiplicador por las del multiplicando, $9 \times 7 = 63$; se **anotan** las unidades en la 1ª fila y las decenas en las columnas (las de llevar).



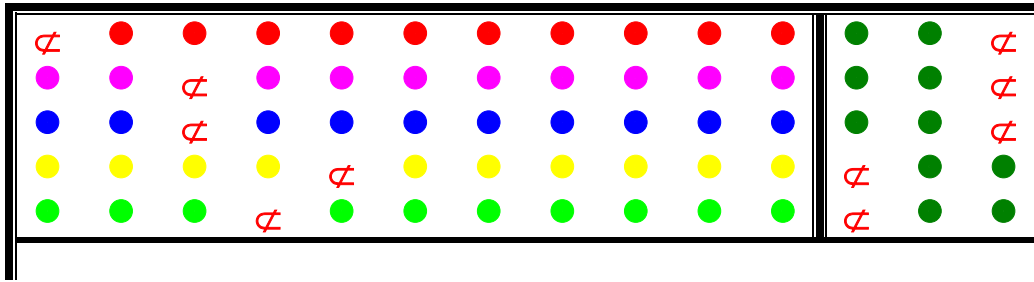
B. Multiplicar las unidades del multiplicador por las decenas del multiplicando; $9 \times 4 = 36$, sumar lo **anotado** en las columnas; $36 + 6 = 42$; se **anotan** las unidades en la 2ª fila y las decenas en las columnas.



C. Multiplicar las unidades del multiplicador por las centenas del multiplicando; $9 \times 2 = 18$, sumar lo **anotado** en las columnas; $18 + 4 = 22$; como ya no hay mas dígitos que multiplicar se **anotan** las unidades en la 3ª fila y las decenas en la 4ª



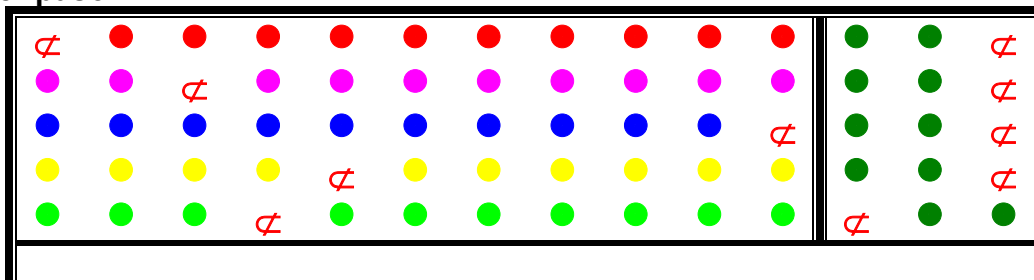
D. Multiplicar las decenas del multiplicador por las unidades del multiplicando; $6 \times 7 = 42$, se **anotan** las unidades en la 2ª fila (*agregar cuentas*) y las decenas en las columnas.



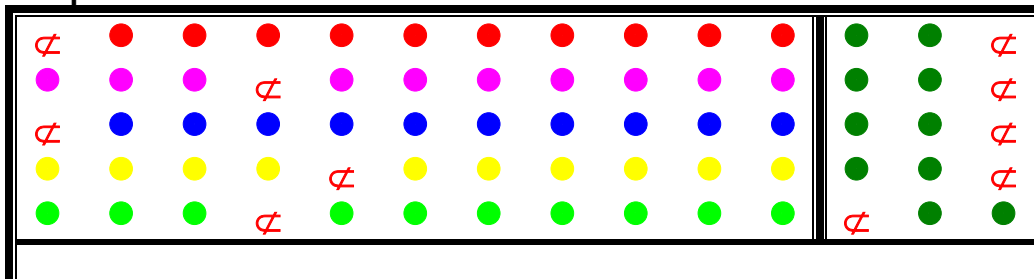
E. Multiplicar las decenas del multiplicador por las decenas del multiplicando; $6 \times 4 = 24$, sumar lo anotado en las columnas; $24 + 4 = 28$, se **anotan** las unidades en la 3ª fila (agregar cuentas) y las decenas en las columnas.

NOTA: Al agregar las cuentas de las unidades queda completa la fila. Esta fila completa equivale a una de la siguiente superior. Regresamos (desanotamos) todas las cuentas y anotamos una de la 4ª fila.

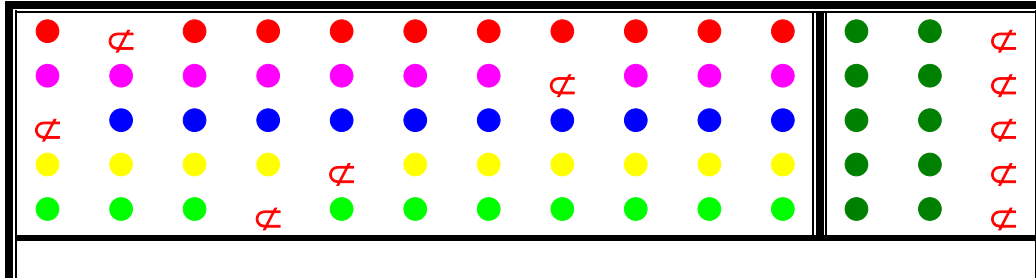
Primer paso



Segundo paso



F. Multiplicar las decenas del multiplicador por las centenas de multiplicando; $6 \times 2 = 12$, sumar lo **anotado** en las columnas; $12 + 2 = 14$; se **anotan** las unidades en la 4ª fila (agregar cuentas) y las decenas en la 5ª, porque ya no hay dígitos para multiplicar en el multiplicando.



G. Leyendo el resultado.

U = 3; D = 4; C = 0; UM = 7 y DM = 1

Acomodando de mayor a menor valor = 1 7 0 4 3

DIVISIÓN DE CANTIDADES CON APOYO DEL ÁBACO

Al igual que la multiplicación, la división se resuelve con la operación planteada en una hoja. Por el diseño y la propia propuesta de este ábaco, se puede trabajar con sólo cuatro dígitos en el dividendo, sin embargo no deja de ser una propuesta y como tal se puede actualizar, modificar o adaptar a las necesidades personales, así como el diseño del ábaco.

En esta propuesta de división, se trabaja con dividendo, cociente (resultado de la división) y con el residuo. Se retoman los conceptos de **anotar** y **desanotar** de la misma forma que en la multiplicación, así como el de anotar en las columnas para *llevar*.

Métodos:

Suma: Se suma el divisor tantas veces como sea necesario hasta completar la cantidad del dividendo. (en este método no se obtiene residuo)

Resta: Se va restando el divisor tantas veces como sea necesario hasta que ya no quede cantidad en el dividendo o que el resto sea menor que el divisor.

PROCESO:

a) anotar el dividendo; 1ª fila U, 2ª fila D, etc.. la 5ª fila será para anotar el primer resultado parcial del cociente.

Dígitos que contendrá el cociente:

Ejemplo 1: $8694 / 95$; aquí son dos dígitos en el divisor y es mayor el valor que los primeros dos del dividendo. El **cociente** contendrá **dos dígitos** como resultado (enteros).

Ejemplo 2: $8694 / 84$; aquí son dos dígitos en el divisor y es menor el valor que los primeros dos del dividendo. El **cociente** contendrá **tres dígitos** como resultado (enteros).

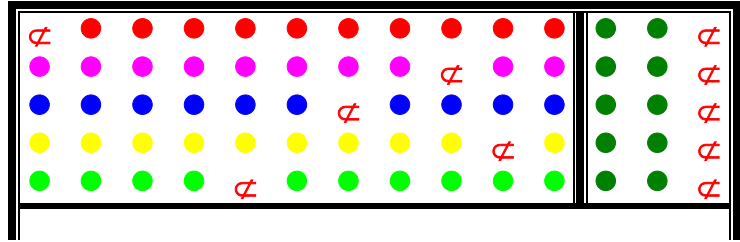
Ejemplo 3: $8694 / 932$; aquí son tres dígitos en el divisor y es mayor el valor que los primeros tres del dividendo. El **cociente** contendrá **un dígito** como resultado (enteros). Se obtiene la misma cantidad en el cociente cuando en el divisor hay cuatro dígitos pero de menor valor que el dividendo.

Considerarlo a la hora de plantear la división y calcular las filas que ocupará el cociente o resultado de la operación.

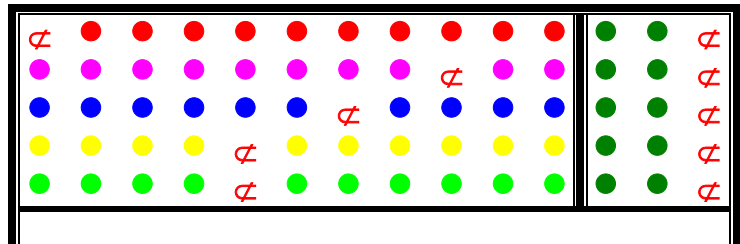
b. Restar el divisor las veces que sea necesario hasta que el dividendo quede sin cuentas o bien sea menor que la cantidad del divisor. Se anota en la(s) última(s) fila(s) las veces que se resta el divisor.

Dividir 8694/95

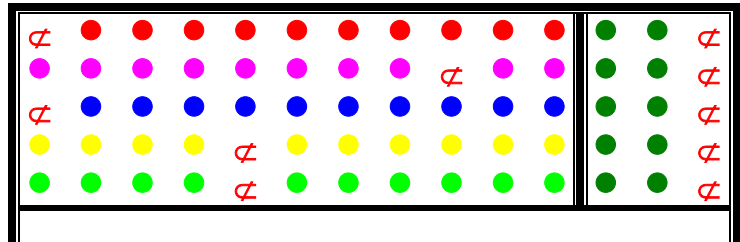
Se anota el dividendo y se resta el divisor a la vez que se anota las veces restadas.



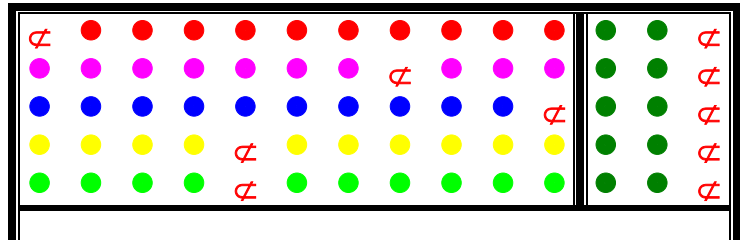
Tomar primeramente los tres dígitos **869** de la izquierda en el dividendo ya que el divisor es mayor (que los dos primeros), $86 < 95$ (igual que en la división normal) iniciar con U del divisor



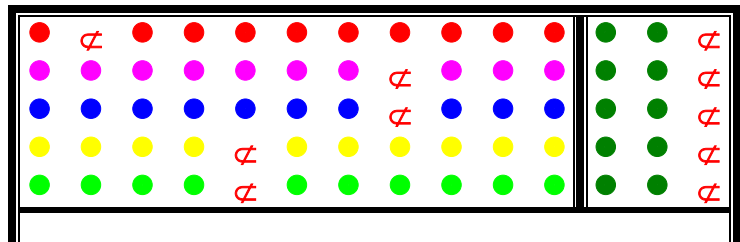
Desanotar el equivalente a las decenas del divisor (9) Nada más hay seis, se deberá convertir una de la fila superior.



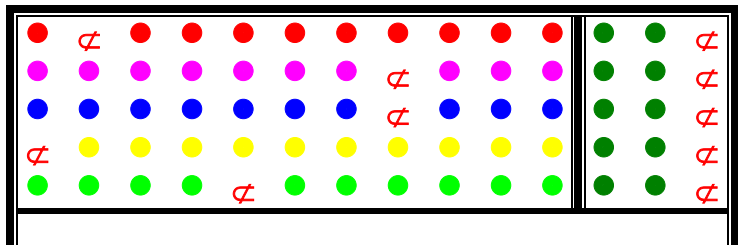
Conversión para seguir desanotando



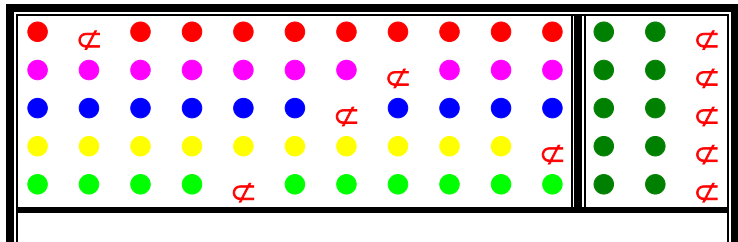
Se desanotan las que faltan y se anota una en la fila superior (veces que se ha desanotado)



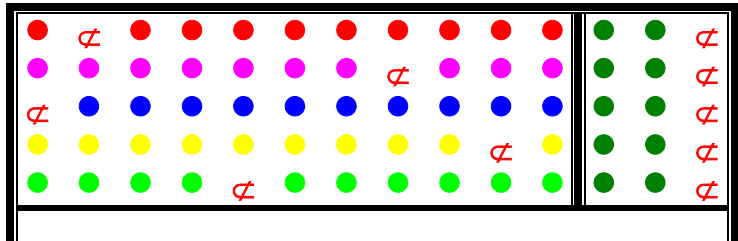
Repetir los pasos hasta que el dividendo quede sin cuentas o bien sea menor la cantidad que el divisor, se desanotan 5 U



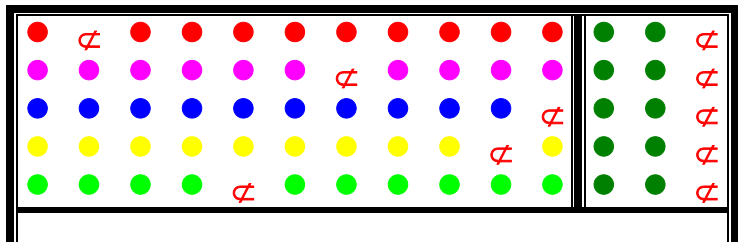
Conversión para seguir desanotando



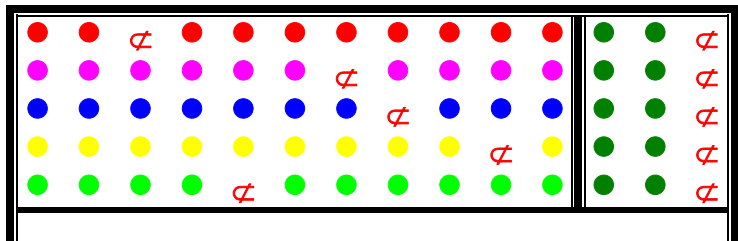
Descontar una U que faltaba y las decenas (9), se desanotan 6 D y se deberá convertir para seguir desanotando



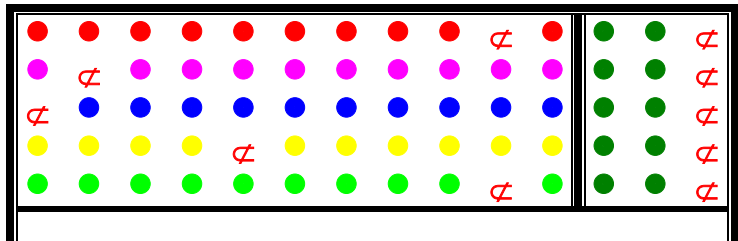
Conversión de una de la fila superior



Desanotar las D restantes (3) y se anota una más en la última fila superior.



Resultado siguiendo el algoritmo de resta.
=91 y sobran 49



MÉTODOS PARA REALIZAR OPERACIONES ARITMÉTICAS

Dividiendo cantidades entre cinco. $234/5 =$

Se corre el punto decimal un dígito a la izquierda y se duplica la cantidad, de esta forma se obtiene el resultado de la división.

$$23.4 + 23.4 = 46.8$$

Multiplicando cantidades por cinco. $346 \times 5 =$

Se aumenta un cero al multiplicando y se divide entre dos, de esta forma se obtiene el resultado de la multiplicación.

$$346 \times 5 = 3460 / 2 = 1730$$

Forma simplificada de la multiplicación.

Multiplicar $27 \times 26 =$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 26 \\ \hline 702 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 6 = 42 \\ \text{anotar el } 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 7 \\ \times 6 + \times 2 = 26 + 4 = 30 \\ \text{anotar el } 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 2 = 4 + 3 = 7 \\ \text{anotar el } 7 \end{array}$$

Método árabe para multiplicar

Se multiplica número a número y se anota unidades en el triángulo inferior y decenas en el superior. Se suma en diagonal y se obtiene el resultado

Multiplicar $367 \times 67 =$

	3	6	7	x
2	1	3	4	6
	8	6	2	
4	2	4	4	7
	1	2	9	
	5	8	9	

RESULTADO = 24589

Método de duplicar y sacar mitad.

Se divide entre dos la cantidad menor y la mayor se multiplica por dos, al final se suman los resultados donde aparecen números impares del lado donde se dividió

Multiplicar $367 \times 67 =$

367	67	*
734	33	*
1468	16	
2936	8	
5872	4	
11744	2	
23488	1	*

$$\text{Sumar } 367 + 734 + 23488 = 24589$$

Métodos inversos de suma y resta

SUMA

Se comienza a sumar de izquierda a derecha. Cuando el resultado incluye decenas, estas se agregan al número anterior que se anotó, tachando el resultado original y escribiendo el nuevo resultado en la parte inferior del tachado. Se sigue el mismo logaritmo hasta sumar el último número que sería el de las unidades.

Esta forma de sumar se podrá enseñar después de usar el ábaco en el método inverso de suma.

Este proceso ayudará a entender la suma algebraica en nivel secundaria.

SUMA

$$\begin{array}{r} 438 \\ +387 \\ \hline \cancel{7} \cancel{4} 5 \\ 8 \ 2 \\ \hline \end{array}$$

Resultado 825

RESTA

Se comienza a restar de izquierda a derecha. Cuando el resultado incluye decenas, estas se disminuyen o restan al número anterior que se anotó, tachando el resultado original y escribiendo el nuevo resultado en la parte inferior del tachado. Se sigue el mismo logaritmo hasta restar el último número que sería el de las unidades.

RESTA

$$\begin{array}{r} 364 \\ -276 \\ \hline \cancel{4} \cancel{9} 8 \\ 0 \ 8 \ 8 \\ \hline \end{array}$$

Resultado 88

Dudas y comentarios con:

José Natividad Fuerte Villaseñor

Cd. Lázaro Cárdenas Michoacán

México

E-mail: jfuerte@latinmail.com