

COLABORACIONES...

MATERIALES PARA TRABAJAR MATEMÁTICAS

La tabla de doble entrada

Este artículo tiene como objeto las subclasificaciones y sus posibles representaciones gráficas, especialmente la tabla de doble entrada.

El trabajo de clasificaciones simples y su representación gráfica, tal como se describió en los artículos anteriores, conlleva el aprendizaje de conceptos y razonamientos básicos tales como:

* Conjunto universo, subconjunto, conjunto complementario, atributo, atributo criterio, elemento,... expresados en esos u otros términos.

* Razonamientos propios del todo y las partes, contruidos gracias a las manipulaciones, representaciones y verbalizaciones efectuadas:

- partición del todo,
- recomposición de las partes y conservación del todo,
- complementariedad,
- pertenencia e inclusión.

Pero, además, ese trabajo progresivo desemboca en:

- . La utilización significativa de la representación gráfica convenida por el grupo.
- . El desarrollo de la expresión lingüística idónea.

Ciertamente, en el modelo de trabajo descrito no se trata de enseñar directa y explícitamente conceptos y razonamientos (considerados como contenidos en sí mismos al margen de las situaciones y de los materiales), ni tampoco de enseñar a clasificar por el hecho de considerar el clasificar una habilidad importante y necesaria.

Se trata, por el contrario, de trabajar valiéndonos de situaciones problemáticas y materiales apropiados, de tal modo que favorezcamos la formación y cultivo de conceptos y razonamientos lógi-

cos básicos, en un clima de libertad y colaboración grupal.

En este sentido es necesario mostrarse en desacuerdo frontal con la opinión de Peter Langford, representativa de buena parte de la didáctica anglosajona, cuando afirma respecto de la enseñanza de las clasificaciones:



"Como en otros campos, los estudios de adiestramiento han resultado generalmente eficaces para promover el aprendizaje de tareas de clasificación. La enseñanza consistente en mostrar a los estudiantes un modelo adulto o infantil que realiza la tarea ha alcanzado especial popularidad. Otro método, utilizado por LAWTON y WANSKA (1.979), consiste en co-

municar a los niños las reglas de la clasificación, hacer que clasifiquen de hecho y, finalmente, corregir los errores cometidos explicándoles las razones. Una ligera elaboración de este método, que resultaría del todo natural para los profesores, podría consistir en el uso de un diagrama dibujado sobre la pizarra mientras se explican las reglas de asignación. El diagrama en cuestión podría mostrar, por ejemplo, un árbol de derivación,..."(1)

SUBCLASIFICACIONES

Las subclasificaciones son propias del Ciclo Medio. Básicamente, las acciones a realizar consisten en lo siguiente: dado un conjunto universo establecer un criterio y clasificarlo dicotómicamente (dos subconjuntos). Después volver a clasificar cada subconjunto tomando otro criterio, - pero el mismo para ambos subconjuntos -, con lo que obtenemos cuatro subconjuntos. Por ejemplo, sea el conjunto universo "los alumnos de la clase" (A). Si establecemos el criterio sexo tendremos dos subconjuntos: niños (A') y niñas (A''). Obviamente, $A = A' \cup A''$; $A' \cap A'' = \emptyset$; $A'' = A - A'$. A continuación podemos establecer otro criterio; sea "con zapatos y sin zapatos (sandalias, botas, zapatillas, etc.)". El conjunto A' quedará dividido en "niñas con zapatos" (N) y "niñas que no calzan zapatos" (N'). Igualmente, el conjunto A'' quedará dividido en "niños con zapatos" (Z) y "niños que no calzan zapatos" (Z').

La dificultad del aprendizaje de las subclasificaciones es grande por ser éstas complejas. Requieren el progresivo dominio de la disyunción y la intersección, de la inclusión de conjuntos, de la pertenencia inclusiva, del razonamiento transitivo y del condicional "si... entonces...", además del uso fluido de los cuantificadores todos y algunos.

¿Cómo podemos abordar su enseñanza? Realmente las subclasificaciones son continuación de las clasificaciones simples, se construyen sobre éstas. Puesto que no son objeto de enseñanza de un curso determinado sino de todo un ciclo nos plantearemos la cuestión en sentido evolutivo, siguiendo con el mismo modelo de trabajo, haciendo uso de materiales diversos e intentando concatenar los conceptos y operaciones.

Desde el principio conviene desarrollar dos líneas de trabajo:

a) Una consistente en la utilización de materiales específicos y preparación de situaciones y sesiones cuyo objetivo

es el tratamiento directo del hecho clasificatorio.

b) Otra simultánea y de progresión paralela a la anterior cuya mira es ya la asimilación, ya la ejercitación, ya la generalización de las mismas. Veámoslas por separado.

A.- MATERIALES Y SESIONES.

Empecemos por la primera: materiales y sesiones encaminadas al tratamiento grupal de las subclasificaciones.

De entre los materiales estructurados destacan los BLOQUES LOGICOS, de Dienes o versiones de ellos, que no comentaremos por hacer una opción a favor del enfoque ambientalista de la enseñanza de la matemática y, consecuentemente, a favor del material ambiental. (2)

Ese material ambiental es: baraja de cartas tradicional española, el material propio de la clase (libros de la biblioteca, tizas, útiles de escribir,...), las barajas infantiles que están ahora de moda (de motos, de coches,...), semi-llas, cromos de animales,... y el que venimos comentando: tapones. Conviene hacer uso de todos ellos, pero bajo la condición de que previamente hayamos seleccionado el material y diseñado (previsto y preparado) el trabajo a realizar.

Un excelente material es el constituido por las fotos, recortes o cromos de animales, por ser en estos cursos cuando más atrae su estudio. Podemos hacernos con un gran conjunto de "animales" recortando fotos o dibujos de revistas, de textos viejos, etc. Una vez recopilado el material, y al hilo del trabajo que estemos llevando a cabo en lo referente a Investigación del medio, enfocaremos su manipulación clasificatoria.

Del uso de ese material trataremos en el próximo artículo, al objeto de ilustrar el paso de la lógica concreta a la de clases. Aquí trataremos sólo de la representación gráfica de las subclasificaciones y, concretamente, de describir una vía para la elaboración colectiva de la tabla de doble entrada.

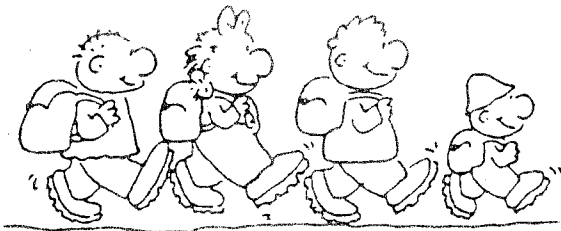
Sigamos con los "tapones" como ejemplo, aunque, a decir verdad, llegados a este nivel dicho material pone de relieve sus limitaciones.

Tenga cada niño un conjunto diverso de "tapones". Se trata de establecer personal y libremente un criterio (elegir un atributo) y, en base a él, hacer dos subcolecciones o conjuntos. A continua-

ción cada uno de ellos sobre otro criterio y subdividido cada uno de los dos subconjuntos anteriores en, finalmente, dibujar (representar) lo realizado y verbalizarlo.

Surgen en este momento tres cuestiones esenciales:

a) ¿El segundo criterio establecido ha de ser el mismo para los dos subconjuntos? Obviamente habremos de convenir que sí.



b) ¿Cómo representar la clasificación narrativamente o retratando el resultado final? Hay quienes optan por dibujar lo realizado, a modo de historia tipo comic, usando diagramas o viñetas; otros prefieren dibujar-retratar los cuatro subconjuntos finales sueltos,...

c) El conjunto vacío. Algunos niños establecen criterios con los que, sorprendentemente, sólo obtienen tres subcolecciones finales en lugar de cuatro; ello crea un conflicto cognitivo interesante.

Dibujar algunos niños sus representaciones en la pizarra y comentarlas colectivamente, tal como se hacía en niveles anteriores, es necesario. De ese modo se llega a ver la necesidad de poner letras o palabras a los dibujos, etc. Si los niños tienen adquirido el hábito de representación conjuntista, con las subclasificaciones se profundiza en él, pero la representación en tabla de doble entrada supone un salto importante y por tanto no surge espontáneamente. Después de dos o tres sesiones específicas el maestro puede intervenir e inducirla directamente proponiendo el siguiente desarrollo:

Cada niño coloca su conjunto a clasificar sobre una cuartilla o medio folio. El criterio clasificador ahora ha de ser único para todos. Lo elige un alumno cualquiera o el propio maestro. Sea, por ejemplo, "tapones con letras". El material, pues, quedará dispuesto sobre la cuartilla en dos colecciones:

- tapones con letras a un lado
- tapones sin letras a otro lado.

Ambos subconjuntos pueden quedar separados por una línea.

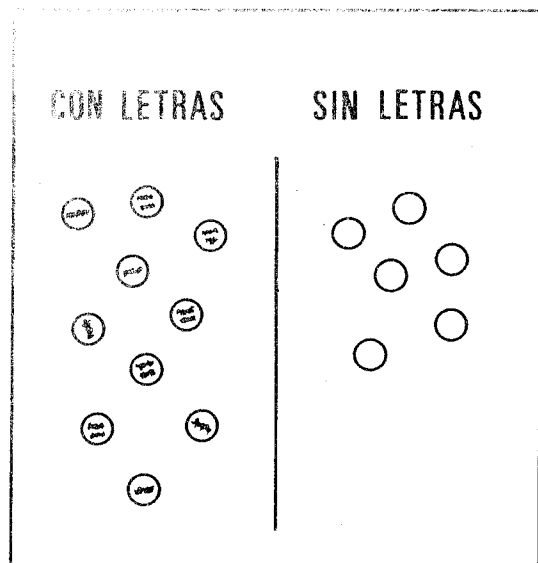


Figura 1

O bien rodeados por diagramas.

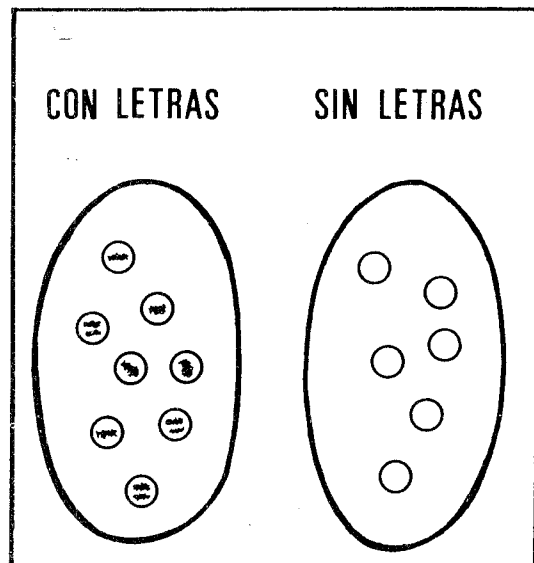


Figura 2

Una vez terminado lo anterior se establece otro criterio, por ejemplo, "de plástico" y tendremos:

- . tapones con letras y de plástico.
- . tapones con letras pero que no son de plástico (chapa, corcho...).
- . tapones sin letras y de plástico.
- . tapones sin letras y que no son de plástico.

La cuestión es dónde colocarlos. Podemos colocar a los que son de plástico en la parte superior de la cuartilla y a los otros en la inferior. Con ello tendremos la siguiente distribución:

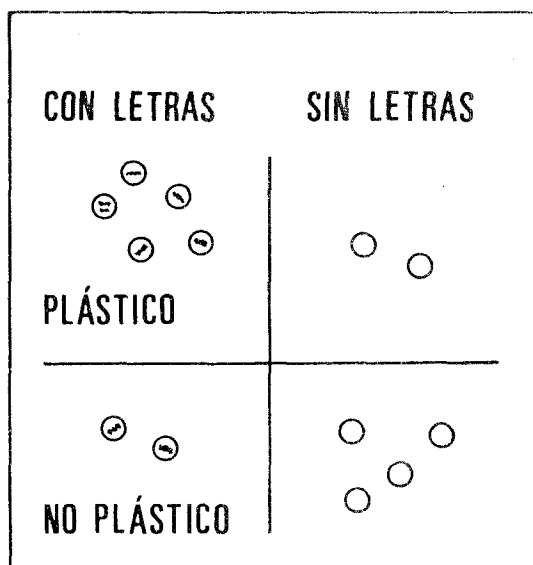


Figura 3

Ya sea a partir de la subdivisión de la cuartilla (figura 3), o subdividiendo los diagramas (figura 2), el caso es que por esta vía llegamos pronto a la representación directa dibujando la tabla.

Con la elaboración de esa distribución surge frecuentemente la problemática del conjunto vacío. Veamos cómo. Es normal que el conjunto inicial no se preste siempre a la obtención de los cuatro subconjuntos finales; dicho de otro modo, a veces algunos niños no tienen en su conjunto universo, por ejemplo "tapones de plástico y sin letras". Sin embargo, por el hábito adquirido de razonar dualmente y por la distribución espacial se ven abocados a ese cuadrante de la cuartilla vacío.

En efecto, aunque el cuadrante quede vacío el subconjunto del ejemplo, "tapones de plástico y sin letras", existe

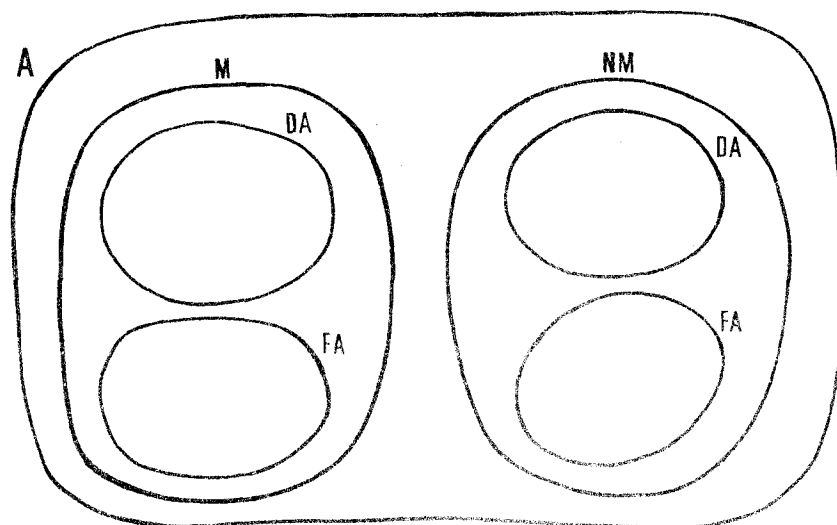
lógicamente, por necesidad lógica, sólo que en este caso no tiene elementos concretos. El conjunto vacío es tan real como otro cualquiera y tiene muy poco que ver con el cero aritmético.

¿Cómo proseguir el camino?: haciendo nuevas clasificaciones con este u otro material, depurando su representación en tabla de doble entrada y planteando interrogantes adecuados.

Tengamos ahora, por ejemplo, un conjunto de cromos o recortes de animales y en lugar de distribuir los cromos sobre la cuartilla se trata de hacer dos columnas en ella para escribir en su interior los nombres de los animales correspondientes. Si se elige, por ejemplo, "mamíferos y no mamíferos", cada niño escribe los nombres de sus "animales" en las columnas. El segundo paso será establecer otro criterio; sea "vivir en el agua o fuera de ella", (inicialmente conviene evitar los anfibios). Las columnas se subdividen, el criterio se anota fuera y los nombres se distribuyen adecuadamente. Obtendríamos una tabla como ésta:

	MAMÍFEROS	NO MAMÍFEROS
AGUA		
NO AGUA		

Obsérvese la similitud con la representación conjuntista.



A: conjunto inicial de animales. M: mamíferos; NM: no mamíferos;
DA: dentro del agua; FA: fuera del agua.

Los diagramas de Venn favorecen la percepción de la inclusión de unos conjuntos en otros. Por su parte, la tabla constituye un grado mayor de abstracción y favorece la multiplicación lógica, esto es, la consideración simultánea de dos atributos. También cabe para las subclasificaciones la representación arbórea y las tablas de más de dos entradas. A este respecto es importante considerar una de las conclusiones de Piaget e Inhelder:



"... una clasificación multiplicativa parece formar cuerpo con cierto modo de presentación espacial (matriz con dos o más dimensiones), como si esta disposición, evidentemente simbólica a partir de determinado nivel, constituyera una colección figural, pero correspondiendo ahora de una manera más intrínseca a la estructura lógica del sistema." (3)

B.- TRABAJOS PARALELOS DE EXPLOTACIÓN LÓGICA.

Si tuviéramos el atrevimiento de relegar el libro de texto a un plano secundario, es decir, nos atreviéramos a trabajar sin seguir el programa del texto y a emprender investigaciones de larga duración con los niños, nos encontraríamos con que en casi todo lo que hagamos intervienen los razonamientos clasificatorios. Es más, nos percataríamos de que las subclasificaciones son efectivamente construidas por los niños en trabajos que incluyen los aspectos tratados en las sesiones específicas.

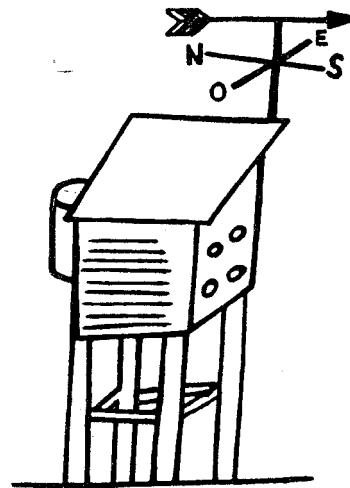
De este tipo de trabajos destacaré tres: la investigación constante del clima, la realización de encuestas periódicas en clase o en el colegio y su tratamiento, las típicas investigaciones sobre el entorno. No olvidemos las especí-

ficamente matemáticas como las clasificaciones progresivas de polígonos, de ángulos, de cuerpos geométricos, etc.

A título ilustrativo comentaré algo del estudio sistemático del tiempo atmosférico. En investigaciones de este tipo, de calendarios construidos por ellos mismos en los que anotan día a día la temperatura, la pluviosidad, la dirección del viento, el estado del cielo, ... A final de mes se suele hacer grupalmente un informe-resumen de los datos de cada uno de los factores observados: resumen apoyado en representación gráfica de los datos y con comentarios.

He aquí un ejemplo de resumen de la dirección del viento de un grupo de 6º curso:

"De los 31 días de octubre hemos anotado la dirección del viento de 16 días. De esos 16 días, 6 ha soplado del Norte (4 del NE y 2 del NO). Del Sur ha soplado en 9 días (5 del SE y 4 del SO). Del Este justo ha soplado 1 día."



Compárense los razonamientos cualitativos y cuantitativos que subyacen a la elaboración de ese resumen con los propios de las subclasificaciones y la tabla lógica de doble entrada ●

MANOLO ALCALÁ.
G.T. Málaga.

NOTAS BIBLIOGRÁFICAS:

(1) LANGFORD, P.: El desarrollo del pensamiento conceptual en la escuela primaria. Paidós-M.E.C., Barcelona, 1.989, página 79.

(2) Las referencias bibliográficas para la utilización de los Bloques Lógicos están en el primero de los artículos de esta serie.

(3) PIAGET, J. e INHELDER, B.: Génesis de las estructuras lógicas elementales. Guadalupe, Buenos Aires, 1.976, página 167.