SOBRE LAS MATEMÁTICAS

José Luis Alonso[1]

Al reflexionar sobre la enseñanza de las matemáticas y al tratar de poner por escrito algunas de las prácticas que se desarrollan en mi clase o las ideas que las sustentan me encuentro con dificultades derivadas del distinto nivel de pensamiento y de las distintas visiones sobre la escuela y el aprendizaje infantil. Y en ocasiones, más que debatir sobre la práctica, me siento en la necesidad de plantear algunas cuestiones que tienden a quedar escondidas y rara vez se hablan. Estas páginas pretenden recoger algunas de esas cuestiones.

Al hablar del aprendizaje de las matemáticas, tenemos que partir de una idea central. Como en todos los campos, nadie posee, ni en ningún lugar existen, conocimientos acabados. Siempre se están aprendiendo cosas nuevas. Y según se aprenden, hacen que se modifiquen nuestras creencias, lo cual nos permite observar cuestiones diferentes que nos provocan y exigen nuevos aprendizajes. En este sentido recojo algunas aspectos que me han ayudado a entender los procesos que se dan.

Las operaciones y las representaciones

Una cuenta es la representación de una acción sobre los objetos considerando los aspectos cuantitativos de la situación. (2+1=3) es una representación de multitud de situaciones y de objetos. Esa expresión no nos indica si se trata de cromos o de millones, pero en ambos casos es cierta..

Pero siempre que centremos la atención en lo cuantitativo: 2 botes de pintura roja, y 1 de amarilla hacen tres un total de 3 botes de pintura.

Pero si nos fijamos en lo cualitativo tendríamos: 2 botes de rojo y 1 de amarillo hacen una mezcla de color naranja.

Pero una cuenta también es una representación de una equivalencia matemática. No es una acción, sino un equilibrio. Se puede ver como una balanza, en un platillo está la acción y en otro el resultado de la acción.

Y aunque los adultos manejamos esta doble visión de forma inconsciente, es algo que puede requerir diverso tratamiento en determinados momentos para no complicar el aprendizaje de aquellas personas que no son capaces de descubrirlo por sí mismas. Al trabajar ciertos algoritmos esta doble perspectiva es importante porque en ella está la justificación del proceder (¿la "llevada" de la resta, entre otros, es consecuencia de amistades entre los números, de justicia distributiva, de armar y desarmar o de equilibrios entre acciones contrarias que se equilibran...?)

Cuando paso 10 unidades a 1 decena ¿es una operación? ¿De qué tipo: es una acción o una equivalencia?.¿ Cómo lo represento?. ¿Por qué unas operaciones tienen representación y otras no.? De nuevo, los adultos jugamos con ventaja y presentamos como natural algo que no lo es desde la mente del chaval: nosotros sabemos que las operaciones básicas son cuatro y las equivalencias no entran en el campo de estas.

Estas ideas son la base en la que se apoya la construcción que cada persona se va haciendo. Pero no se pueden enseñar directamente, van apareciendo en la medida que manejamos y manipulamos situaciones y podemos ir distanciándonos para verlo desde diversos enfoques. Por ello, en el origen de ellas están todos los problemas cotidianos que se pueden abordar, y probar a resolver, (de hecho los resuelven en la vida diaria, aunque sin ser conscientes de como lo hacen) cada uno a su nivel, y los tanteos, los mecanismos, los trucos... son los descubrimientos que nos sirven durante una época para apoyarnos en ellos y poder avanzar y resolver otras cuestiones más complejas.

Los algoritmos son eso. Los trucos más rápidos que ha encontrado nuestra cultura para resolver unos cálculos. Pero no son únicos, ni los más fáciles de entender. Sabemos que funcionan, aunque no los entendamos. Y su éxito, en parte, se explica precisamente porque funcionan aunque no sepamos el cómo ni el porqué. Una gran parte de nosotros, aún recordamos los líos de cuando en el bachillerato empezábamos a estudiar los polinomios, los números complejos... era algo misterioso, que tratábamos de memorizar sin encontrar ninguna lógica en ello, pero al multiplicar o al dividir los usamos sin darnos cuenta. No se trata de enseñar otros algoritmos (como no sea el de la calculadora) pero si de entender que como producto cultural es algo que evoluciona, que cambia y que es fruto de un lugar y una época. Y que hay diversos caminos que llevan a un mismo lugar, y que la validez depende de otros criterios al margen de la exactitud.

Para un chaval no es lo mismo resolver 23 + 48 que hacer

$$\begin{array}{r} 23 \\ \underline{+\,48} \end{array}$$

En la primera no requiere saber el sistema de numeración, solo tiene que saber contar, porque opera con unidades. En cambio, para resolver con conocimiento la segunda necesita comprender y manejar el sistema decimal. Suma decenas y unidades y saber la relación existente entre ellas (Aunque en la escuela no siempre se justifique esta necesidad)

En cualquier caso, lo interesante es el proceso que permite ir avanzando, para el aprendizaje la exactitud no es determinante. Nos da igual que el chaval afirme que el resultado de la operación es 70, 76 o incluso 100. Si el resultado no le provoca sorpresa, ni le incomoda es que es suficiente para su nivel. No va a memorizar ese resultado, en cambio sí va a ir automatizando el procedimiento. Y en este es en el que debemos incidir.

¿Por qué es necesario empezar por las unidades para resolver las operaciones, menos en la división? ¿que ocurriría si operásemos sin ese orden?

Sobre los números

Por cierto ¿nos hemos interrogado por qué no existen el dieciuno, diecidos, diecitres, diecicuatro y diecicinco? ¿Es posible que antes contasen en base 15 y por eso tienen nombres diferentes hasta el 15? ¿o es que los nombres de los números son anteriores al sistema decimal?

Y hablando de los números, tan importante como entenderlos es ver la representación que nos vamos haciendo de ellos. Cada uno de nosotros, y cada uno de los chavales se va haciendo su modelo. En

[1] *Maestro de primaria y miembro del MCEP-Madrid*

este modelo, en general cada uno se representa los números como una sucesión. Pero ¿de qué?, ¿cómo?

De objetos, como en un collar de piedras engarzadas hasta el infinito, de peldaños en una escalera que va subiendo hasta las estrellas, de bolitas colocadas de forma ordenada: primero en filas, luego en cuadrados, luego en cajas, que a su vez se ordenas en filas de cajas...

De nenúfares en un estanque, en el que vamos saltando de hoja en hoja como una carretera en la que se marcan los jalones como una colección de objetos de diversos valor que se interrelacionan entre ellos, como las monedas.

Esos esquemas mentales determinan unos conceptos y facilitan o dificultan otros aprendizajes. Son "modelos" que sirven para determinados momentos y tipos de números, pero no para otros. ¿Cómo entender las fracciones con un modelo que representa los números como piezas de un collar? ¿En una escalera que hay entre los distintos peldaños? ¿Y entre dos números consecutivos (entre el 3 y el 4) que hay? ¿Y entre 2,5 y 2,6? ¿Y entre 3/5 y 4/5?

Por cierto, hablando de fracciones, no siempre somos conscientes de los cambios que vamos incorporando en su concepto y que pueden ir complicando la comprensión por parte de cada aprendiz. Así, en un primer momento hablamos de 2/5 como un número (tengo dos trozos de un quinto de la tarta), después como un reparto (tengo 2 tartas para repartir entre 5) y más adelante como un porcentaje (2 de cada 5 personas prefieren las tartas de chocolate)... En todos los casos es la misma representación pero la situación no tiene nada que ver. Y en esta diversidad está en muchas ocasiones el origen de las dificultades, porque se intentan aplicar esquemas válidos para la primera idea pero no para la segunda.

De aquí la importancia que tienen las ideas previas o las nociones iniciales que se van elaborando sobre cada nuevo aspecto que se conoce. Estas ideas condicionan el proceso de aprendizaje. Por lo cual es importante revisar y analizar como presentamos cada ampliación de los conceptos y como los aprendices van incorporando estos nuevos aspectos en su noción anterior.

Como muestra, recojo unas cuantas afirmaciones que podemos haber pensado, dicho e incluso enseñado en algún momento con algún ejemplo que no parece adecuarse en exceso:

• los decimales son números pequeños (el presupuesto es de 3,2 billones

• las fracciones valen para contar trozos y se usan con números pequeños (dos tercios de los españoles

• si un número lo multiplicamos sale otro mayor, pero si lo dividimos sale menor (qué ocurre cuando el operador es menor que la unidad

En la medida que vamos estando convencidos de las ideas señaladas en los párrafos anteriores vamos viendo que hay bastantes aspectos alrededor de las primeras nociones matemáticas que dejamos fuera de nuestra atención. Por ello, para tratar de evitar estos olvidos podríamos caer en la tentación de establecer una secuencia de aprendizajes para facilitar el entendimiento de los números, de fijar unas etapas diferentes, que en la medida que se vayan recorriendo nos permitan ir abordando nuevas cuestiones. Entre otras, podríamos encontrar:

• Serie verbal y acople de los gestos que permitan la correspondencia uno a uno.

• Identidad entre nombre y grafía

• Comparar cantidades, más, menos, faltan, sobran ...

• Agrupar para contar aquellas cantidades que supera nuestros conocimientos

• Valor posicional

• Relativismo a la hora de elegir la unidad, y equivalencias entre ellas.

• Acciones sobre los objetos, su representación

• Operaciones

Si nos ponemos a desmenuzar el conocimiento, podríamos seguir alargando la lista, pero no nos llevaría a casi ningún lado, según nuestra formación y nuestras ganas podría ir alargándose de forma interminable. Y al final, al pensar en otros aprendizajes, trataríamos de seguir la misma secuencia. Y en ciertas prácticas así se ha hecho: primero las vocales, primero la línea, primero el ... Mas fuera de la escuela, esto no lo hacemos así. En los aprendizajes que hacemos de forma más natural y espontánea funcionamos de otra forma, ¿os imagináis que para andar nos fijaran una secuencia del tipo: Primero necesitamos manejar los pies, luego las manos, más tarde la postura, y el equilibrio y .... Por fortuna no se nos ha ocurrido iniciar una programación estableciendo qué cosas van antes y cuales después.

Y en la escuela, cada vez vamos asumiendo un poco más que los primeros aprendizajes (e incluso los segundos) se producen de esta forma. Al aprender a leer, y también en los números la cosa va igual. Que esas listas de cosas a enseñar no sirven, que es el propio niño el que en cada actividad va encontrando estímulos y alicientes para ir avanzando en lo más necesario o en lo que más le atrae. Y no depende de nosotros, es algo de cada chaval. Y nuestro papel es dejarle variedad de situaciones y no darle modelos acabados que le impidan su tanteo.

Contar lo que no se puede trocear

Con gran facilidad tendemos a pensar que los números se aprenden en los primeros cursos, que el sistema decimal se aprende en el primer ciclo, que cada operación..... Y casi sin darnos cuenta vamos presentando nuevos temas, como eso: como nuevos temas, como algo al margen de lo anterior. Y no relacionamos las dificultades en el manejo del sistema métrico con el proceso de adquisición del sistema decimal, o la incomprensión de la noción de fracción equivalente con todo lo anterior.

De esta forma perdemos la ocasión de seguir investigando y trabajando sobre lo que nos rodea a partir de lo que sabemos. Porque al hablar de medir se puede reproducir de nuevo todo el proceso de aprender a contar. Porque medir es contar. Pero contar lo que no se presenta en objetos discontinuos, lo que no podemos ir pasando de un lado a otro, lo que no vemos ya troceado. Un mazo de cartas, se puede contar, pero si están pegadas no. En ese caso, nos podemos conformar con una aproximación o con una medición. ¿Cómo podemos medir la dureza de los materiales? ¿la fuerza? ¿la simpatía? ..

En este sentido nos podemos preguntar y pensar porqué cada cosa se mide como se mide. Las monedas, los huevos, los minutos, las pulgadas, las libras... Por qué el azúcar viene en kilos y el aceite en litros. Por qué existen unidades grandes y pequeñas. Y tal vez acabemos aceptando que efectivamente medir es como contar, que al utilizar unidades de distinto tamaño estamos agrupando, y por tanto estableciendo unas equivalencias entre los distintos ordenes, aunque en estos tanteos aparece poco la base decimal. Por cierto, y como anécdota ¿Sabéis que cuando se aceptó el sistema métrico decimal, también se propuso para medir el tiempo: un día 10 horas, que se dividen en 10...? Y que no se impuso porque eso significaba tirar a la basura todos los relojes existentes en la época y no estaban por esos despilfarros. Y después ya no se ha vuelto a intentar, pero como los relojes ya son más baratos y populares aparecieron las décimas, las centésimas... de segundo.