MATEMÁTICAS. UNA MIRADA DISTINTA

Francisco Carvajal Pérez[1]

A partir de unas interesantes reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela obligatoria en las que destaca la necesidad de dotar de funcionalidad y utilidad dichos aprendizaje, el autor con un ejemplo práctico pone de manifiesto como es posible el acercamiento entre la teoría y la práctica cuando existe voluntad y deseo para ello.

Cuando se habla del conocimiento matemático, igual que en cualquier otro ámbito del saber, lo primero que hemos de admitir es que las personas tenemos diferentes niveles y grados de dominio. En un ámbito reducido, los pequeños frente a los adultos y todos entre sí; los de "letras" frente a los de "ciencias", los licenciados en exactas frente a los investigadores en matemática pura y ellos frente a los especialistas en alguna rama. Los grados de conocimiento matemático son muy diversos en función de las necesidades sociales, laborales o de especialización. Pero para la vida cotidiana, incluso para la enseñanza en determinados niveles, no parece que haga falta el uso de la "matemática pura y dura", con sus abstracciones y representaciones. Diariamente hacemos uso de múltiples apreciaciones y estimaciones matemáticas en las que intervienen diversidad de nociones y conceptos. Pero digo estimaciones y no cálculos precisos; apreciaciones y no representaciones abstractas. Emilia Ferreiro (1986:132-133) aduce: "en la vida diaria de cualquier adulto el cálculo aproximado juega un rol importante"; y sigue, "la posibilidad de realizar cálculos aproximados es una capacidad común a todos, pero que la escuela inhibe en muchos casos en tanto que ciertas actividades extraescolares permiten o exigen desarrollar" A modo de ejemplos:

- estimaciones de tiempo (hora, duración)
- apreciaciones longitudinales (trayectos, medidas...)
- relaciones espacio/tiempo (viajes, velocidad)
- relaciones cantidad/tiempo
- estimaciones de capacidad (bebidas, líquidos)
- numerales como denominación (nº de teléfono); ordinales, etc.
- compra-ventas; pagos aplazados (cuando haces cuentas hasta soñando)
- o cuando hacemos la compra en el supermercado, que estimamos mentalmente el importe de lo que echamos en el carro (¿tendré dinero suficiente?) en lugar de hacer un cálculo exacto, salvo en los momentos de incorporación del euro -cuando todavía se estimaba en pesetas- haciendo uso de las eurocalculadoras.

Y cada uno de nosotros podría seguir evocando un gran número de situaciones por el estilo. En fin, múltiples ocasiones que nos obligan a estimaciones y a razonamientos matemáticos... a pesar de no ser matemáticos, a pesar de "ser de letras". Otra cuestión es la toma de conciencia. ¿Y los pequeños? También. Hagamos el esfuerzo por representarnos situaciones cotidianas en las que ellos hagan estimaciones y apreciaciones... a pesar de "ser unos negados para las matemáticas" o a pesar de no gustar de ellas. Otra cuestión es la relación afectiva con este tipo de conocimientos, o más bien con la matemática como área o asignatura.

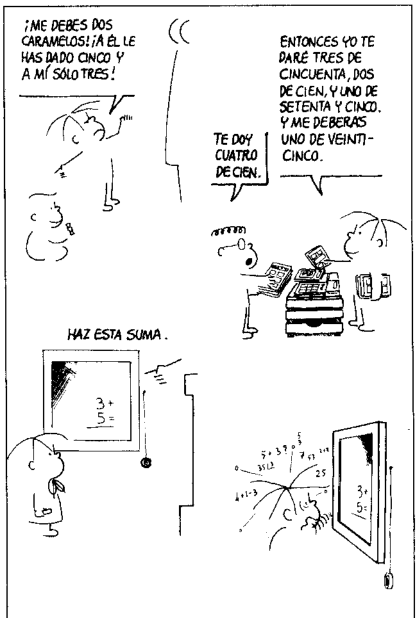
Item más: históricamente el conocimiento matemático ha ido avanzando para dar respuestas satisfactorias a hechos o sucesos problemáticos planteados, para resolver las situaciones que han ido apareciendo, por lo que los saberes de hoy no son los de la Edad Media ni seguro que los de 2050. Sin embargo, pese a que las matemáticas han sido y son algo cotidiano, el vínculo que se suele establecer con este tipo de saber escolar no es ni mucho menos positivo, en caso contrario, ¿por qué para tantos estudiantes es la "bestia negra" de las asignaturas? ; ¿por qué tanto miedo a esta parcela del conocimiento? ; ¿por qué tanta matemofobia?; ¿por qué se perciben como aburridas, difíciles e incluso inútiles?, ¿por qué tantos estudiantes tienen la conciencia de que este tipo de saberes sólo son útiles para las clases de matemáticas? ¿Por qué? ¿Por qué se convierten en el filtro selectivo y de clasificación de "buenos y malos" estudiantes? ¿No será que erramos en el planteamiento escolar?

Francesco Tonucci (1987) sugiere la siguiente reflexión (fig. 1). Un conocimiento eminentemente práctico –el matemático- se pasa por el tamiz de la representación simbólica y se desnuda de toda relación con la realidad. En palabras de Emilia Ferreiro (1986): "¿hasta cuándo seguiremos confundiendo el cálculo con la representación convencional de dicho cálculo? ¿Hasta cuándo seguiremos confundiendo lo que es preciso distinguir?"

Añadamos que, según Martin Hugs (1987), este tipo de representaciones simbólicas no empiezan a tener sentido sino a partir de los 7 u 8 años, pero en Primero -incluso en Infantil- se manejan con profusión: 2 + 7 = __ ; 9 = 7 + __ ; 2 + __ = 9

¿Qué sentido tienen estos algoritmos en abstracto? ¿Siete qué? ¿Dos qué? ¿Nueve...? ¿No habíamos quedado que los contenidos matemáticos son fundamentalmente útiles y funcionales? Y ello sin olvidar que no siempre estos algoritmos se han representado así.

Sigamos con Tonucci (fig 2): Otra vez



(1974) La suma

Figura 1

[1] *Maestro Aula de Apoyo, IES "Hispanidad". Santa Fe (Granada) e-mail: currocarvajal@hotmail.com*

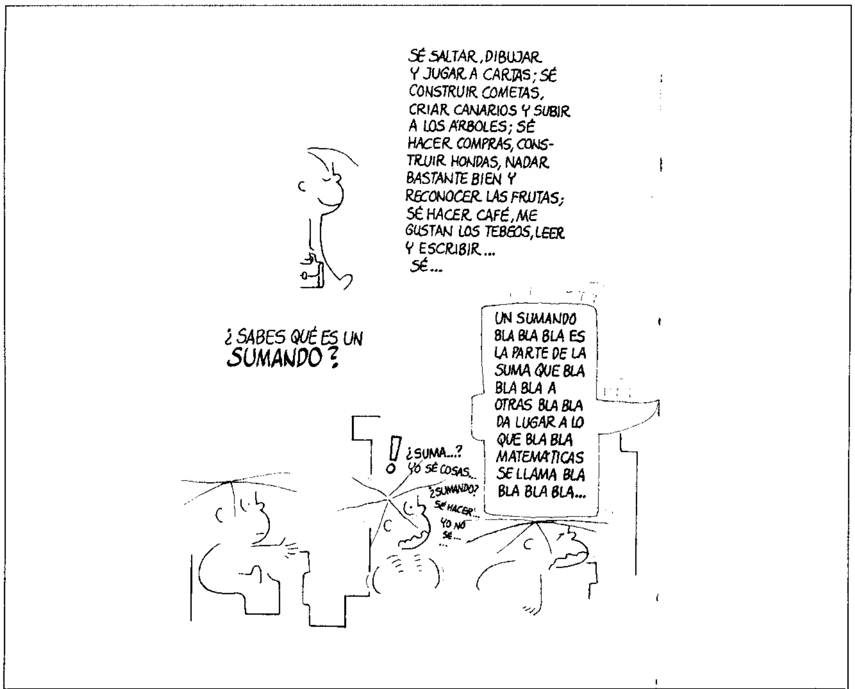


Figura 2

la abstracción, el conocimiento formal y el saber matemático apartado de la realidad. ¿No podrá esto estar justificando muchos fracasos escolares? ¿Qué sería de nosotros, enseñantes, si nos pusieran ahora frente a logaritmos, senos, cosenos, tangentes..., por poner un caso, desde la pura abstracción?

En un estudio realizado en 1975 en un barrio marginal de Buenos Aires con alumnado de 1° (entre 5 y 11 años), que habitualmente manejaban cálculos de mediana complejidad en situaciones de compra-venta, se detectó que había niños que realizaban perfectamente cálculos complicados con dinero pero que sin embargo eran incapaces de efectuar operaciones equivalentes o aun más simples con lápiz y papel. ¿Y por qué tal situación? Porque "ambos cálculos –el de la vida extraescolar, con monedas, y el propiamente escolar- se han desarrollado como dos sistemas independientes, sin relación entre sí" (Ferreiro, 1986). Visto lo cual, ¿no valdría la pena disminuir la distancia que habitualmente existe entre la matemática extraescolar y la matemática escolar? ¿Entre la escuela y la vida?

Prosiguiendo en este tipo de análisis, no debemos olvidar los supuestos problemas que se suelen plantear; más que razonamiento para resolver una situación problemática porque implican la aplicación de algoritmos, y de qué manera. Lección de la suma, problemas de sumar; lección de la resta, problemas de..., obvio; pero en la siguiente lección, problemas alternos, y ya empiezan los problemas: "Seño/maestro, ¿es de sumar o de restar?" Y eso los que preguntan, porque los hay que incluso aplican una operación u otra según crean que toque: uno de sumar, el siguiente de restar... qué más da lo que salga. Myriam Nemirovsky suele comentar que en cierta ocasión le resultó extraña la rapidez con que una alumna resolvía cuatro problemas; la niña efectuó las cuentas correspondientes, resolviendo adecuadamente, antes incluso de que ella pudiera leer los enunciados. Cuando se interesó por la estrategia utilizada por la pequeña para resolver con tanta agilidad, ésta le comunicó: "muy fácil; cuando hay cuatro problemas, el primero es de sumar, el segundo de restar, otro de multiplicar y otro de dividir". Como antes, una estrategia aleatoria pero que a ella daba buenos resultados porque, a la postre, son situaciones tan artificiales las que se suelen plantear en los "problemas" que el resultado es... aleatorio. Aleatoriamente, pero aplicando una cierta lógica; como, un ejemplo más, la de Leisa, una niña que en Primero interpretó que el libro debía estar equivocado porque en una operación salía un resultado de tres dígitos, y, claro, debió ser una equivocación de los autores porque ya se sabe, en Primero... hasta el 99 .

Otra anécdota que quizás nos pueda obligar a replantearnos esto de los "problemas". En cierta ocasión un docente entra en una clase para cubrir una ausencia de la tutora, y en determinado momento, a los que van terminando el trabajo propuesto, les sugiere que escriban un problema. Una niña de siete años escribe "su problema" y lo enseña al docente; como éste está ocupado con la corrección de la tarea principal, le echa un vistazo sin leer y le sugiere que lo haga más largo. La niña se va a su sitio y continúa "agrandando" su problema; va de nuevo a corregir pero el maestro tampoco puede atenderla debidamente por lo que le sugiere que lo solucione. Y la niña lo soluciona, por supuesto. Cuando el docente se libera de la otra tarea lee detenidamente el "grave problema" de la pequeña; casi textualmente: "En mi familia tenemos un problema porque no tenemos casa y estamos viviendo en la de mi abuela. La solución es que mi padre y mi madre trabajen los dos para ahorrar mucho dinero y hacer una casa nueva". Un auténtico problema y una solución sin cuentas.

Por lo que antecede tal vez valiera la pena replantearnos la cuestión de la enseñanza de las matemáticas, su finalidad en la vida cotidiana; el papel del docente en estas clases, paralelamente a la concepción del usuario y de su rol; y por ende, los contenidos a trabajar, la orientación metodológica, las actividades y recursos puestos en juego, así como los agrupamientos utilizados.

En principio, aceptando la sugerencia de Orton (1990), parece que "no existe ninguna teoría del aprendizaje de las matemáticas que obtenga una aprobación universal". No obstante, en la Introducción al Área de Matemáticas del Decreto de Enseñanzas Mínimas (1991) se advierte: "La tradicional idea de las matemáticas como puramente deductivas, idea claramente válida para el conocimiento matemático en cuanto producto desarrollado y ya elaborado, ha de corregirse con la consideración del proceso inductivo y de construcción a través del cual ha llegado a desarrollarse ese conocimiento. La especial trascendencia que para la educación matemática tiene el proceso, tanto histórico como personal de construcción empírica e inductiva del conocimiento matemático, y no sólo formal o deductiva, invita a resaltar dicho proceso de construcción. Conviene resaltar por eso que en el desarrollo del aprendizaje matemático en el niño y en el adolescente desempeña un papel de primer orden la experiencia en la inducción".

Así las cosas, parece contraindicada la enseñanza tradicional, que se apoya en la deducción, y que sigue la línea marcada por la explicación o demostración previa de un principio, concepto o estrategia, para su posterior aplicación o ejecución. Frente a lo cual se sugiere una línea de actuación inversa: la de favorecer el aprendizaje por descubrimiento , en el sentido no tanto de mostrar y demostrar cuanto que generar situaciones inductivas que comporten la manipulación y experimentación empírica, con la consiguiente reflexión individual y compartida con los otros (la interacción entre iguales y con el adulto), para posibilitar la reconstrucción del conocimiento.

Y todo ello sin olvidar el papel de la verbalización, o sea, hablar de lo que se está haciendo. Aguado Asenjo y otros, citando a Gagné y Smith (1962), aseguran "a raíz de distintas pruebas, que los alumnos y alumnas animados a hablar de lo que están haciendo cuando tratan de resolver un problema matemático, tienen más éxito que aquellos para quienes la charla desempeña un papel ínfimo". Y, apoyándose en Bruner (1966), siguen afirmando que "el lenguaje no es sólo un medio de intercambio, sino el instrumento que puede emplear el que aprende para ordenar el entorno". Quizás así podamos compartir la necesidad de abandonar ese hábito tan generalizado del silencio sepulcral mientras se trabaja individualmente y la corrección posterior con marcas y tachaduras del docente -casi siempre en rojo- en la libreta del pequeño. Hábito deseablemente sustituible por comentarios previos a la tarea en los que se expliciten previsibles hipótesis de resolución, por la incitación al diálogo mientras se opera en grupitos reducidos, por la puesta en común de dificultades, por la socialización compartida de las numerosas estrategias de resolución utilizadas, potenciando que "todos los caminos conducen a Roma" y no hay porqué transitar siempre por uno, único, aunque éste sea el más corto.

De este modo entramos en el ámbito de los agrupamientos del alumnado. En este sentido, es totalmente aconsejable la diversificación de las formas de organización del aula: no sólo plantear situaciones de trabajo individual –que también-; actividades de parejas, proyectos para pequeños grupos, revisión y debate de resultados entre ellos, puestas en común colectivas, en un clima de confianza y seguridad, de aceptación mutua, y de ayuda y cooperación, donde no se magnifiquen los errores sino que se potencie la reflexión sobre las estrategias de resolución utilizadas y la verificación de las hipótesis previas. Habría que apostillar que un trabajo en equipo no es el resultado de la suma de las partes ni la ejecución de unos y el copiado de otros; hay que asentar los principios de responsabilidad, de cooperación, de interacción relajada, de colaboración y, por qué no, de ayuda entre los integrantes, siendo aconsejable en determinadas actividades y circunstancias propiciar el reparto diferenciado de tareas complementarias.

En un ambiente de trabajo de similares características se modifica también el papel del enseñante. No podemos quedar en la explicación y demostración, en la vigilancia de la ejecución individual y silenciosa del alumnado y en la posterior corrección para poner bien y marcar errores; nos toca adoptar roles diferenciados: "dar pistas, formular sugerencias, indicar matices, reformular la tarea en otros términos, remitir a contenidos ya aprendidos, etc" (Aguado y otros), y también, en algunas ocasiones, cuestionar y poner en duda estrategias o resultados correctos para facilitar la toma de confianza en sus propias posibilidades. En definitiva, como los anteriores autores definen, "proporcionar al alumnado ayudas ajustadas a sus necesidades". O de modo más general, y siguiendo el símil que plantea Juan Delval (1997) acerca de la función del profesorado en la escuela, "no podemos verlo solamente como el encargado de transmitir conocimientos, sino como un director de orquesta, un animador que organiza y posibilita las relaciones sociales, el intercambio entre los participantes y promueve actividades interesantes para ellos".

Hasta aquí se ha hablado someramente sobre el cambio de miras respecto al alumnado y al profesorado. A partir de ahora se sugiere una inflexión en la concepción de los contenidos, actividades y recursos. A modo de entrada, traemos a colación las palabras de Miguel de Guzmán (1991): "En la situación de transformación vertiginosa de la civilización en la que nos encontramos, es claro que los procedimientos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes. En nuestro mundo científico e intelectual, tan rápidamente mutante, vale mucho más hacer acopio de procesos de pensamiento útiles que de contenidos, que rápidamente se convierten en lo que Whitehead llamó ideas inertes" (citado por Aguado y otros). En esta línea caen por su peso ideas no expresadas hasta ahora pero implícitas en lo que va de escrito:

- la necesidad de acometer tareas con sentido y que éstas resulten interesantes para el alumnado, si deseamos que se difumine la sensación de aburrimiento y se impliquen en su resolución con afectividad y efectividad, porque "conocer es algo que los sujetos tienen que desear, de lo contrario no sentirán la necesidad de aprender nada" (Delval, 1997);
- la significatividad de los aprendizajes, partiendo de lo que saben y de su realidad cotidiana y evitando planteamientos excesivamente formales y abstractos que queden lejos de sus posibilidades de comprensión y manejo y que puedan generar una visión de estos conocimientos como pura entelequia;
- la funcionalidad y utilidad de los contenidos, relacionándolos con su cotidianeidad y anticipándose a sus necesidades, buscando contradecir la percepción de inutilidad de este tipo de competencias, favoreciendo la motivación intrínseca por encima de la extrínseca;
- la variedad de situaciones, actividades y recursos, si queremos evitar la monotonía y el tedio y para ayudar a que extrapolen los aprendizajes, sacándolos de los compartimentos estancos en los que presumiblemente almacenan estos saberes cuando los perciben como necesarios sólo para las clases de matemáticas;
- sería también deseable la integración de contenidos matemáticos en el trabajo de otras áreas, propiciando la interrelación y generalización de conocimientos.

Proyecto «Asomándonos a Picasso»[3]

A partir de ahora, un ejemplo de cómo un amplio proyecto de trabajo puede integrar contenidos de distintos ámbitos del saber y los matemáticos aparecen por la necesidad de solucionar los problemas planteados en el desarrollo del propio proyecto. Me refiero al que dimos en llamar «Asomándonos a Picasso». Con un título así tal vez pudiera parecer extraño, si no forzado, que se puedan incluir aspectos matemáticos en una secuencia presumiblemente plástica; pero nos dio un importante juego de integración de contenidos, incluidos los matemáticos.

Lo que se recoge en esta reseña es el recuerdo parcial de un extenso proyecto dro de dimensiones proporcionales para que el nuestro fuera una representación dimensional a escala del suyo. Este planteamiento nos facilitó la convergencia e integración de una serie de contenidos de corte matemático, que en principio no se habían planificado, pero que hubimos de manejar para dar satisfacción a la tarea propuesta. Veamos parte del desarrollo.

Acordado que las dimensiones de nuestros cuadros de interpretación serían proporcionales a las de los originales, aparece el primer debate y cambio de impresiones. ¿Cómo hacerlo? ¿Habrá que dividir? ¿Habrá que multiplicar? No, multiplicar no, porque nos saldrían cuadros más grandes. ¿Pero dividiremos ambas dimensiones entre números distintos o entre el mismo número para que resulte un cuadro proporcional? Calculadoras en mano y a ir probando. Sí, calculadoras, claro; no estamos en un ejercicio aritmético sin más; pretendemos satisfacer una necesidad, con celeridad y precisión. Llegamos a la conclusión de que la proporcionalidad exige que el alto y el ancho se dividan entre un mismo número.

Pero la cosa se complica. Las cuatro planchas de cartón que tenemos son de 75 centímetros de ancho y habrá que sacar al menos dos cuadros. Entonces, ¿cuál será la dimensión máxima? ¡No podemos pasar de 37,5 cm! Vaya, tenemos que volver a las primeras estimaciones; otra vez con calculadora. Mientras están trabajando su cuaderno de bocetos, el maestro aprovecha para ir sentándose con las parejas y comprobar sus cálculos y previsiones dimensionales (con otra calculadora, por supuesto). "Habéis dividido entre 5 pero creo que vuestro cuadro va a resultar pequeño (o grande en el menor de los casos). Comprobadlo con la regla"... "¿Entonces qué podéis hacer?" En función de las estrategias usadas, el docente sigue planteando cuestionamientos y pide respuestas antes de su comprobación: "¿Y si dividimos entre 6, las dimensiones serán mayores o menores? ¿Y si dividimos entre cuatro?" Luego, la corroboración de sus hipótesis con la calculadora. Como los grados de reflexión son obviamente dispares, se retoma este planteamiento de modo colectivo para socializar los aprendizajes y justificaciones, y llega una argumentación que hasta el momento no había aparecido: la de José Luis. ¿Por qué cuando dividimos entre un número mayor el resultado es menor, y al contrario? " Es muy fácil. Si tú tienes 30 caramelos y los repartes entre tres niños, a cada uno le tocan 10; pero si los repartes entre más ya les toca a menos". ¡Lógica aplastante!

Otra reflexión matemática: "Esta pareja ha dividido las dimensiones entre 2. ¿Cuántas veces será su cuadro menor que el de Picasso?" Piensa lector, y aventura una hipótesis pero razónala bien antes de decir que será la mitad porque no es lo mismo longitudes lineales que superficie. Y aquí llega la magistral demostración de Raquel; después de comprobarlo en papel cuadriculado, nos lo enseña y nos deja a todos boquiabiertos: "¡No es la mitad; es la cuarta parte!" Vista la rotundidad de la explicación, que desmontó las hipótesis de la mayoría, todos a utilizar la misma estrategia de Raquel; papel cuadriculado y a comprobar cuantas veces será menor un rectángulo cuyas dimensiones las dividimos entre 3. "¡Es verdad. Nueve veces!" Claro, 1/3 el alto y otro tercio el ancho, resulta un rectángulo nueve veces menor.

Pero sigamos porque hay más. Cuando empezamos a discutir sobre las dimensiones de los cuadros, José David interpretó que había que multiplicarlas para saber cuánto medían, y en un principio muchas personas de la clase lo consideraron como error. El maestro, en lugar de terciar en la diferencia de hipótesis, aplazó la discusión y con posterioridad se planteó la noción de área o superficie. "¿Y cómo podemos saber la cantidad de cartón que necesitamos para uno de nuestros cuadros? ¿Cómo calcular la cantidad de lienzo de un cuadro de Picasso?" Confirmábamos como cierta la hipótesis solitaria de José David: "Para saber cuánto mide la superficie de un cuadro hay que multiplicar las dimensiones". ¡Qué satisfacción! ¡Él tenía razón! Sucede que no siempre la mayoría es portadora de la verdad o de la racionalidad adecuada.

Y ahora entran en lid cuestiones de tipo magnitudinal. "Sabemos que el alto y el ancho se expresan en centímetros (a excepción de Telón de boca para Parade, que al ser tan grande se expresa en metros). Pero, ¿cómo se podrá medir la superficie de un cuadro? ¿En qué magnitudes se expresará?" Después de numerosos intentos de explicación, a Jorge no se le veía muy satisfecho con la opinión mayoritaria hasta que, a propuesta del maestro, interviene: "No lo sé muy seguro, pero yo creo que los centímetros y los metros no pueden ser. Con eso lo que se miden son rayas". Hipótesis dubitativa que obligó a replantear los razonamientos anteriores y a afinar más. Claro, muchos habían oído hablar de centímetros y metros cuadrados pero no sabían qué utilidad tenían. Esperemos que cuando estos niños y niñas se enfrenten al sistema métrico decimal tengan una idea más precisa de las magnitudes de superficie que otros, que posiblemente las interpreten como una quimera más de la escuela si tienen la desgracia de enfrentarse sin más a "complejas transformaciones de medidas, desarrolladas siempre sobre el cuaderno y no como el resultado de comprobaciones experimentadas" (Zaragoza Santos, 1991).

La idea de perímetro vino justificada por la cinta adhesiva que utilizamos para delimitar la zona de pintura de los futuros cuadros y por los perfiles necesarios para enmarcarlos.

Como vemos todos estos contenidos, que van apareciendo en función de resolver las tareas planteadas, fueron discutidos, debatidos, reflexionados, comprobados, trabajados en el aula fundamentalmente de manera colectiva. ¿Y así se asegura el dominio de todos ellos por parte del alumnado? Bueno, la finalidad no era exactamente ésa, sino la de poner en juego estrategias inductivas que comportaran aventurar hipótesis para luego contrastarlas y familiarizarnos, por el manejo, con nociones matemáticas que en el momento resultaran necesarias, a pesar de la complejidad de algunas por lo que supuestamente no hay que abordarlas en 4° porque "no están en los programas"; (¿en los programas o en los libros de texto?). No obstante, también parece cierto que los contenidos tratados colectivamente hay quienes los captan a la primera y otros que tal vez necesiten un proceso de reflexión complementario. Siguiendo esta tesis surge el cuadernillo de trabajo por parejas e individual al que titulamos «Matemáticas con Picasso»; en él aparecen los contenidos comentados con anterioridad y, como prurito, algunas actividades referidas al cuadrado perfecto. ¿Qué por qué tal contenido? Para dar cabida a una sugerencia de Francisco hecha a principio de curso: "¿Y trabajaremos una operación muy rara que se dibuja así (la raíz cuadrada)?" ¿Por qué no? Pero no como operación abstracta sin función aparente. De modo colateral pudimos ver la satisfacción en la cara de Alba: "¡Qué fácil! ¿Y esto es lo que a mi hermano trae de cabeza en Secundaria?"

Visto someramente este proyecto integrador, analizado aquí desde el punto de vista matemático, cabría preguntarse si al final del mismo se asegura la apropiación de todos los contenidos abordados por parte de todo el alumnado. En este tema habría que decir que, a pesar de las potencialidades que el proyecto integra implícita y explícitamente, no somos tan ingenuos como para creer o asegurar afirmativamente tal demanda, porque, como apunta el Diseño Curricular Base de Primaria en las Orientaciones Didácticas del Área (1985), "la naturaleza del proceso de construcción del conocimiento matemático obliga a volver periódicamente sobre los mismos contenidos con niveles de complejidad, abstracción y formalización crecientes"; o sea, lo del curriculum en espiral. Entonces, es de esperar que este alumnado esté en mejores condiciones cuando aborden en un futuro tales nociones y conceptos porque esta aproximación la hicieron con sentido. No obstante sí que se pueden extraer una serie de principios de actuación metodológica en la línea que se sugiere en este artículo:

- Las tareas acometidas tienen sentido para todos nosotros en función de dar respuesta satisfactoria a las situaciones planteadas en el proyecto de trabajo.
- Se asegura más calidad en las producciones y mayor implicación en su realización: una exposición pública exige calidad en los productos e implicación comprometida de todos en su elaboración porque el nivel de éxito no es responsabilidad exclusiva del docente. Además, la relación tutorial con los pequeños implica mayor seriedad en el trabajo. En definitiva, se propicia una relación afectiva con las tareas y una ejecución efectiva de las mismas.
- Los contenidos trabajados son útiles y funcionales, todos ellos necesarios para resolver los problemas planteados en las diferentes secuencias del proyecto.
- Aparecen variadas situaciones de trabajo, se plantean distintos tipos de actividades y se utilizan diversidad de recursos, en función de las exigencias del proyecto.
- Todo el alumnado, independientemente de su capacidad y dominio, aporta lo mejor de sí en aras de conseguir los requisitos del proyecto, asegurando su participación implicada en un clima de confianza y seguridad porque no se sancionarán los errores sino que, impulsando la interacción cooperativa, se analizarán las estrategias de resolución y se socializarán las que resulten adecuadas.
- Se facilita, asimismo, un real proceso de construcción del conocimiento a partir de estrategias inductivas y situaciones empíricas.
- El docente adopta un rol variado, propiciando una ayuda pedagógica adaptada a las necesidades personales y del proyecto, "guiando, orientando, dinamizando, apoyando y facilitando la conquista del significado, comprensión y sentido de lo que se hace en la escuela... Una escuela que potencia la recreación cultural en un contexto rico, abierto, integrador, cooperativo, participativo y flexible, con capacidad de generar múltiples experiencias y actividades de interacción funcional entre el alumnado y entre éste con su entorno" cultural (Carvajal y Ramos, 1999).

En definitiva, todos hemos salido enriquecidos del proceso. Todos, el docente también, por el enriquecimiento cultural[8] y por la mejora profesional al superar la instrucción formal y la transmisión de saberes inconexos favoreciendo un ambiente integrador, funcional, significativo y comunicativo.Y todo ello bajo el convencimiento de que la tarea de la escuela y la labor del docente no se ha de centrar tanto en enseñar –en el sentido de mostrar, demostrar, transmitir o trasvasar información- cuanto que facilitar el aprender a aprender, generando las condiciones y el ambiente propicios para que el alumnado se sienta protagonista de su propio aprendizaje.

Referencias bibliográficas

Aguado Asenjo y otros (1994): *Proyecto Albanta. Matemáticas*. Madrid, Alhambra Longman.

Carvajal, F. y Ramos García, J. (1999): *¿Enseñar o aprender a escribir y leer?*. Tomo I. Morón (Sevilla), Publicaciones del MECEP.

Delval, J. (1997):"Hoy todos son constructivistas", Cuadernos de Pedagogía, nº 257, pp. 78-84

Ferreiro, E. (1986): "El cálculo escolar y el cálculo con dinero en situación inflacionaria", en *Proceso de alfabetización. La alfabetización en proceso*. Buenos Aires, Centro Editor de América Latina.

Gómez Alonso, B. (1991): "Las matemáticas y el proceso educativo", en *Área de Conocimiento: Didáctica de las Matemáticas*. Madrid, Síntesis.

Hugs, M. (1987): *Los niños y los números. Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid, Nueva Paideia/Planeta.

MEC (1985): *Diseño Curricular Base. "Orientaciones didácticas del Área de Matemáticas"*.

MEC (1991): Decreto de Enseñanzas Mínimas. "Área de Matemáticas". BOE de 26 de junio.

Orton, A. (1990): *Didáctica de las matemáticas*. Madrid, MEC-Morata.

Tonucci, F. (1987): *Con ojos de niño*. Barcelona, Barcanova Educación.

Zaragoza Santos, J.D. (1991): "¿Para qué el área lógico-matemática?", Educación Primaria, nº 2, pp. 15-18

NOTAS

1 En Infantil, los diez primeros números; en Primero, hasta el 99; en Segundo, hasta el 999; etcétera, etc, etc. Otra cuestión a replantear, porque ¿acaso los pequeños en su vida cotidiana sólo encuentran números y cantidades de uno, dos, tres dígitos en función de su edad? En este sentido hay que traer a colación la crítica de Myriam cuando se pregunta irónicamente si a un escolar de Infantil no habría que ocultarle que su abuelo cumpla 81 años o que sus padres tengan treinta y tantos porque por encima del 10...

2 Según Gómez Alonso (1991), "en la enseñanza por descubrimiento, el contenido principal no se presenta en su forma final, sino que debe ser descubierto por el estudiante".

3 Título sugerido por la foto que encontramos de Picasso asomándose a una ventana.

4 En anteriores ocasiones hemos argumentado sobre este aspecto:

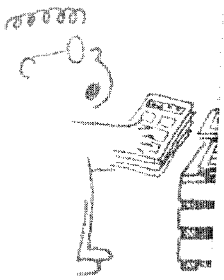
- Carvajal, F. y otros (1995): "Orientaciones didácticas para la planificación: hacia una programación flexible". En *El profesor investigador. Actas de los encuentros provinciales de autoformación* (pp. 217-226). Granada, Adhara S.L.
- Carvajal, F. y otros (1995): "Programación de aula , ¿para qué?. Orientaciones didácticas para la planificación de la intervención docente en el aula". Aula de Innovación Educativa, nº 57, pp. 65-72

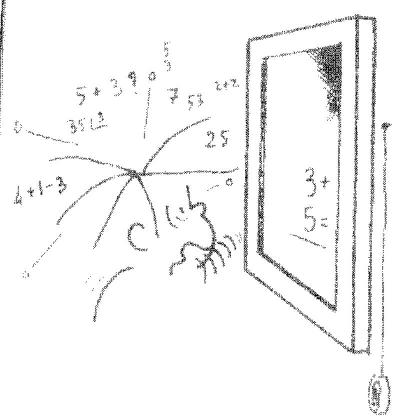
5 Que con toda esa sarta de ocho nombres fue bautizado en la iglesia de Santiago, Málaga. Alberti glosó sobre sus nombres y publicó un libro de poemas con este título, «Los ocho nombres de Picasso».

7 Aquí nos centraremos con mayor detalle en los conocimientos matemáticos; los otros sólo los enunciaremos.

8 Hay que significar que la mayor parte de los contenidos allí planteados fueron previamente trabajados, discutidos, debatidos, reflexionados y comprobados en clase de modo colectivo y en función de las necesidades que se iban planteando. La descripción de los contenidos de este cuadernillo aparece en el anexo I; en el anexo II, cuatro de las páginas.

9 Con toda seguridad el alumnado implicado en el proyecto terminó sabiendo de la vida y obra de Picasso mucho más de lo que yo sabía antes de iniciar el proceso.





ANEXO II: Reproducción reducida de 4 de las 10 fichas del cuadernillo *«Matemáticas con Picasso»*.

Fichas 3 y 4

Representación proporcional o a escala
Propiedades de la división

1. Decíais que las dimensiones del cuadro de Picasso que habéis elegido para interpretar son de ___ × ___ cm:
De alto: ______ ____
De ancho: ______ ____
O sea, que tiene un *formato* ______________ y una *orientación* ______________

2. Pero luego, recordaréis, como las dimensiones nos resultaban muy grandes para nuestra interpretación del cuadro, tuvimos que dividir el alto y el ancho entre el mismo número para que las dimensiones del vuestro fueran más pequeñas, porque decidimos que no valía cualquier medida.

¿Entre qué número habéis dividido vosotros? ☐

Los dimensiones de vuestro cuadro son.
- de alto: ______ ____ ; (o sea, ______ : ____ = _____)
- de ancho: ______ ____ ; (o sea, ______ : ____ = _____)

Y como es lógico, tiene un *formato* ______________ y una *orientación* ______________

3. Como también recordaréis, para que los peques de Infantil se hicieran la idea de las dimensiones reales del cuadro que ellos habían elegido, tuvisteis que

En ese caso, se hizo ¿una representación proporcional o de las dimensiones reales del cuadro?

4. Sin embargo, vuestro cuadro tiene unas <u>*dimensiones proporcionales*</u> respecto al original de Picasso. Explicad esta afirmación:

"Las dimensiones de nuestro cuadro son proporcionales, o sea, es una representación a escala del original"

5. Decís que para calcular las dimensiones proporcionales de vuestro cuadro dividisteis el alto y el ancho entre_

Si hubiérais dividido entre un número **mayor**, ¿el cuadro sería más grande o mas pequeño? (Comprobadlo con la calculadora)

¿Y si dividierais entre un número **menor**, las dimensiones resultantes serían mayores o menores? (Aventurad una hipotesis antes de comprobarlo, luego lo podéis comprobar)

6. Resolved y discutid sobre estas sencillas operaciones:

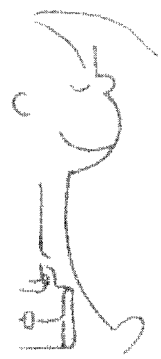
30 : 3 = 30 : 5 = 30 : 6 = 30 : 10 =

¡Vaya lío! Si divido entre un número **mayor**, el resultado es **menor**; y si divido por un número *menor*, el resultado es *mayor*.

Intentad razonarlo matemáticamente, apoyándoos en la lógica de la división. (Recordad la explicación que dio José Luis):

7. Preparad la calculadora porque vamos a seguir complicándonos la "existencia matemática" a partir de las dimensiones de algunos cuadros. <u>La tarea es la siguiente</u>: Tenéis que calcular las dimensiones proporcionales de estos dos cuadros originales de Picasso, pero con una condición, no pueden exceder el tamaño de un folio (21 × 29,7 cm ó 29,7 × 21 cm).

Título/Año	Dimensiones originales	Dividido entre	Dimensiones proporcionales
Autorretrato con paleta (1906)	92 x 73 cm		
Las Meninas. Vista de conjunto (1957)	130 x 152 cm		



Fichas 7 y 8

Magnitudes.
Superficie de un cuadrado.
Cuadrado perfecto

- Dibuja un rectángulo de 6,5 x 12 cm

Recuerda: para calcular el área de este rectángulo hay que

¿Y cuánto mide?

Pero no tengo muy claro si la **magnitud** para indicar la superficie de este rectángulo se expresa en *centímetros* (cm) o en *centímetros cuadrados* (cm^2).
¿Qué creéis y por qué?

- Hasta el momento sólo hemos hablado de la superficie del rectángulo. ¿Y cómo creéis que se calculará el área de un cuadrado?

Vamos a verlo con el papel de cuadrícula. <u>Dibujad</u> un cuadrado de 8 x 8 <u>cuad.</u> (que es lo mismo que decir 8 <u>cuad.</u> de lado). Contad los <u>cuadritos</u> de la superficie.
- ¿Cuántos cuadros tiene la superficie de ese cuadrado?

- ¿Cuánto es 8 x 8?

¡Vaya! ¡También coincide!

O sea, para calcular el área de un cuadrado sólo hay que

- Hasta el momento siempre habéis calculado el área de los rectángulos conociendo las dimensiones de los lados. Pero ahora os propongo un cálculo inverso.

Si sabemos que la superficie de un cuadrado tiene 25 <u>cuadritos</u>, ¿cómo podríamos averiguar cuánto mide el lado? (Después lo pondremos en común)

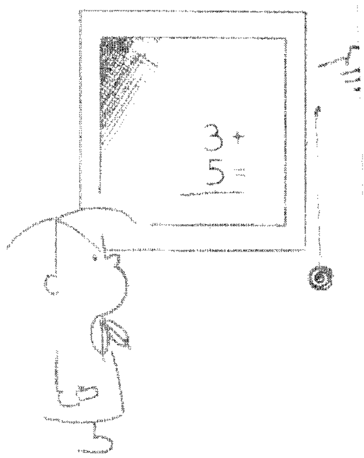
- Pues venga, a calcular cuánto mide el lado de cada uno de estos cuadrados

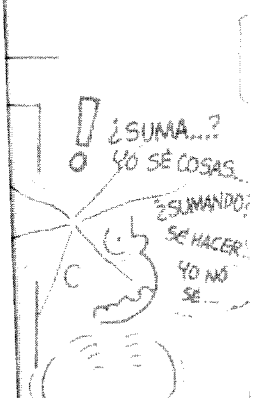
Superficie	Lado	Superficie	Lado
36 cm^2		16 Km^2	
100 m^2		49 dm^2	7 x 7 ____

Como ya os habréis dado cuenta, los números anteriores (25 - 36 - 100 - 16 - 49) tienen una propiedad: son **cuadrados perfectos**, porque hay un número que multiplicado por sí mismo da ese resultado.
Por ejemplo: 5 x 5 = 25

¡Ah!, y una curiosidad: se pueden calcular mentalmente o con esa operación tan rara que dice Francisco Javier: *la raíz cuadrada*.

6 x 6 = ____ 49 = __ x __ 10 x 10 = ____ 16 = __ x __





- En esta relación de números hay unos que son cuadrados perfectos y otros que se han infiltrado equivocadamente. <u>Tachad</u> los que no sean cuadrados perfectos. (Podéis utilizar la calculadora)

36	14	25	4	9	11	16
20	121	49	50	64	100	81

¿Por qué habéis tachado esos números y no otros?