

PATRONES NUMÉRICOS Y CUADRADOS MÁGICOS. UN RECURSO PARA INVESTIGAR EN EL AULA.

Cristóbal Macías Gil¹

El autor de este trabajo pone de manifiesto cómo la investigación puede ser una interesante estrategia vertebradora de la actividad educativa para aprender porque, pese a las muchas críticas recibidas es posible aprender investigando si se conjuga lo individual con lo colectivo para resolver los múltiples problemas planteados en el grupo clase.

Mes de Febrero. Curso 3° de E. Primaria. Trabajamos la descomposición de un número en suma de dos o más sumandos. La propuesta es la siguiente:

"Descomponer 15 como suma en dos sumandos".

Más tarde:

"Descomponer 15 como suma de tres sumandos".

Ya entramos en materia:

$$15 = 14+1+0$$

$$15 = 13+1+1$$

$$15 = 13+2+0$$

.....

$$15 = 8+6+1$$

.....

Hay muchas, pero vamos a organizar las descomposiciones.

"Vamos a descomponer 15 en suma de tres sumandos sin repetir ningún número en la descomposición"

Empezamos:

$$15 = 14+0+1$$

¿Y si no utilizamos el cero?

15 = 14+ 1 + ...? No se puede con el 14, otra.

15 = 13+ 1+ 1 (repito el 1) No se puede, otra.

15 = 13+2+0 (el cero no puedo utilizarlo). No se puede, otra. Con el 13 no puedo.

15 = 12+ 1 +2. Bien, ya tengo la primera descomposición.

15 = 12+2+ 1. Es igual que la anterior, están los mismos números. Con el 12 ya no puedo más.

15 = 11 +3+ 1. Bien, pero por qué no seguimos un orden. Veamos empecemos con el 11:

15 = 11+ 1 +3. No. Es igual que la anterior.

15 = 11 + 1 +2. Esta no vale, la suma

es 14. Con el 1 en segundo lugar no hay más

15 = 11 +2+2. Esta no vale, se repite un número.

.....

Probemos con el 10.

$$15 = 10+1+4$$

$$15 = 10+2+3$$

15 = 10+3+2. Se repite, es igual que la anterior.

15 = 10+4+ 1. Tampoco vale.

15 = 10+5+...? No vale.

Parece que estamos siguiendo un método.

Bueno, ahora vamos a descomponer el número 15 como suma de tres sumandos, utilizando sólo los dígitos 1,2,3,4,5,6,7,8, y 9 una sola vez en cada descomposición. y lo hacemos utilizando un método (¿cuál? hay que ponerse de acuerdo). Empezamos:

15 = 1+2+...? No hay ningún número del 3 al 9 que sumados a estos dos, sumen 15.

15 = 1+3+...? Tampoco

15 = 1+5+9. Bien, es la primera que encuentro. Veamos si hay otra donde esté el 1.

15 = 1 +6+8. Veamos otra.

15 = 1+7+7. No vale, se repite el 7.

15 = 1 +8+6. Esta ya está. No vale.

15 = 1+9+5. Tampoco vale. Luego con el 1 en primer lugar he obtenido dos descomposiciones.

Bien, pues veamos con el 2 en primer lugar:

15 = 2+ 1 + ...? Evidentemente no se puede.

.....

15 = 2+4+9. ¡Bien!

15 = 2+5+8. ¡Otra!

15 = 2+6+7. ¡Esto funciona!

15 = 2+7+7. No, es igual a la anterior.
15 = 2+8+5. Tampoco vale, se repite. Seguro que no hay más distintas, pero voy a probar.

15 = 2+9+4. Estaba en lo cierto, esta es la primera. Luego con el 2 he encontrado tres descomposiciones.

Pues sigamos ahora con el 3 en primer lugar.

.....

$$15 = 3+4+8$$

$$15 = 3+5+7$$

15 = 3+6+6. No, pues se repite el 6.

$$15 = 3+7+5. Tampoco.$$

.....

Pues con el tres he encontrado 2 descomposiciones.

A ver si tengo suerte con el 4:

15 = 4+2+6. Pero esta descomposición ya la tengo con el número 2.

15 = 4+3+8. Ésta también la tengo con el número 3.

15 = 4+4+7. No vale, pues se repite el 4.

15 = 4+5+6. Bien, por fin tengo una.

A partir de aquí todas se repiten. He encontrado una más.

Continúo con el 5:

15 = 5+1+9. La tengo.

15 = 5+2+8. La tengo.

15 = 5+3+7. La tengo.

15 = 5+4+6. La tengo. ¡Parece que las tengo todas! Vamos a seguir.

.....

Veamos con el 6:

15 = 6+ 1+8. No vale.

15 = 6+2+7. No vale.

.....

Ya las tengo todas. Voy a escribirlas:

$$15 = 1+5+9 \quad 15 = 1+6+8$$

$$15 = 2+4+9 \quad 15 = 2+5+8$$

$$15 = 2+6+7 \quad 15 = 3+4+8$$

$$15 = 3+5+7 \quad 15 = 4+5+6$$

¿Cuál es el dígito que se repite en más descomposiciones? El 5. ¿Cuántas veces? Cuatro.

¿Hay alguno que se repita tres veces? El 2, el 4, el 6 y el 8.

¿Y dos veces? El 1, el 3, el 7 y el 9.

Vamos a escribir los dígitos del 1 al 9 seguidos y observamos:

¹ Maestro de Primaria de Arcos de la Frontera (Cádiz)

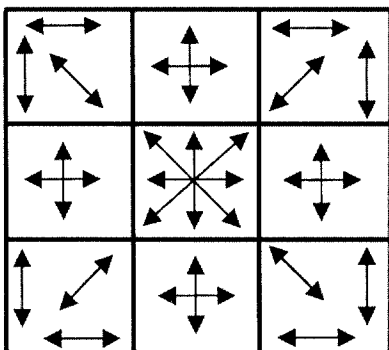
1 2 3 4 5 6 7 8 9
2 veces 3 veces 2 veces 3 veces 4 veces 3 veces 2 veces 3 veces 2 veces

¿Hay patrones verdad? Descúbrelos (pares y n° de repeticiones, impares y n° de repeticiones. El cinco y su posición central. Simetría del n° de repeticiones respecto al número central. Suma igual de los números simétricos respecto al número central...)

Vamos a colocar estos números (1,2,3,4,5,6,7,8 y 9) en un cuadrado 3x3, cada número en una celda, de tal manera que la suma en cualquier dirección sea la misma (en este caso 15). Por ejemplo:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Esta distribución no es válida. Por qué no pensamos en un patrón para colocar los números. Veamos primero las direcciones en las que los números suman al ser colocados en una celda cualquiera:



Por ejemplo, si colocamos un número en la casilla central, éste número sumaría en cuatro direcciones: las dos diagonales, en horizontal y vertical. Así se pueden analizar todas las casillas del cuadrado 3x3.

Trabajamos, a continuación, las veces que se repite cada número en la descomposición del número 15 en suma de tres sumandos, y obtenemos:

- | | |
|------------|------------|
| 1: 2 veces | 6: 3 veces |
| 2: 3 veces | 7: 2 veces |
| 3: 2 veces | 8: 3 veces |
| 4: 3 veces | 9: 2 veces |
| 5: 4 veces | |

Comparamos el número de veces que

se repite cada número en las distintas descomposiciones con las direcciones en las que suma el número al ser colocado en una casilla determinada. Así, el primer número que colocamos es el 5 en la casilla central, pues es el único que aparece 4 veces y es la única casilla que suma en 4 direcciones.

	5	

Vamos a continuar colocando los números en las casillas que suman en tres direcciones, es decir en las cuatro esquinas y que son los números pares: 2, 4, 6 y 8. Los podemos colocar de la manera que queramos, por ejemplo:

El 8 tiene que estar en la casilla de la esquina opuesta de la que hemos colocado el 2, ya que hay una descomposición que es: $15 = 2 + 5 + 8$. De la misma manera tenemos que colocar en la otra diagonal el 4 y el 6, pues aparece la suma: $15 = 4 + 5 + 6$

2		4
	5	
6		8

Nos quedan por colocar los restantes cuatro números que aparecen dos veces en las distintas descomposiciones en las casillas que suman en dos direcciones, los impares: 1, 3, 7 y 9. ¿Dónde los colocamos? Nos fijamos en las descomposiciones que hemos obtenido y concluimos que:

- $15 = 1 + 5 + 9$
- $15 = 1 + 6 + 8$
- $15 = 2 + 4 + 9$
- $15 = 2 + 5 + 8$
- $15 = 2 + 6 + 7$
- $15 = 3 + 4 + 8$
- $15 = 3 + 5 + 7$
- $15 = 4 + 5 + 6$

El 9 suma con el 2, el 4 y el 1, luego si colocamos el 9, nos queda colocado el 1 (y viceversa), pues tienen que estar en la misma dirección.

El 7 suma con el 2, el 6 y el 3. Luego su ubicación es obvia:

2	9	4
7	5	3
6	1	8

El problema queda abierto para obtener generalizaciones atendiendo a los distintos patrones que aparecen. Se puede llegar a concluir distintos métodos a la hora de construir cuadrados mágicos de orden 3.

